

Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Problemlerinin Çözümüne Yönelik Geliştirdikleri Hatalı Stratejiler*

Meltem Gülsüm KARLI** Esra YILDIZ***

Atıf için:

Karlı, M. G. ve Yıldız, E. (2022). Yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümüne yönelik geliştirdikleri hatalı stratejiler. *Journal of Qualitative Research in Education*, 29, 111-148, doi: 10.14689/enad.29.5

Öz: Bu çalışmanın amacı yedinci sınıf öğrencilerinin, orantısal akıl yürütme gerektiren problemlerin çözümünde yaptıkları hatalı stratejilerin belirlenmesi ve çözümlerinin SOLO Taksonomisine göre değerlendirilmesidir. Çalışma iki aşamalı bir durum çalışması olup Orta Karadeniz bölgesindeki bir devlet okulunda gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın ilk aşamasında Orantısal Akıl Yürütme Becerisi Testi 33 yedinci sınıf öğrencisine uygulanmıştır. İkinci aşamada ise en sık hata yapılan 5 problem belirlenerek 10 öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Veri analizi sonucunda öğrencilerin orantısal akıl yürütme gerektiren problemleri çözerken toplamsal ilişki, veri ihmali, sayıları kullanma ve içerik yok, duygusal cevap verme ve orantısal olmayan durumları belirleyememe hatası olmak üzere toplam 5 farklı hatalı strateji geliştirdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin orantısal olmayan durumları belirlemede zorlandıkları ve çarpımsal ilişki gerektiren problem durumlarında toplamsal ilişki kurdukları gözlenmiştir. Ayrıca katılımcıların seviyeleri orantısal akıl yürütme becerisine yönelik geliştirilen SOLO Taksonomisi Rubriği ile incelenmiştir. Orantısal akıl yürütme düzeyi yüksek olan öğrencilerin SOLO Taksonomisi rubriğine göre soyutlanmış yapı ve ilişkiyel yapı düzeyinde oldukları; orta puan düzeyinde olan öğrencilerin ise tek yönlü ve çok yönlü yapı seviyesinde oldukları görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Orantısal akıl yürütme, SOLO taksonomisi, oran, orantı, çözüm stratejisi

Makale Hakkında

Gönderim Tarihi:
19.03.2021
Düzeltilme Tarihi:
10.11.2021
Kabul Tarihi:
20.01.2022

Makale Türü

Araştırma

© 2022 ANI Yayıncılık. Tüm hakları saklıdır

* Bu araştırma sorumlu yazarın, "Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Orantısal Düşünme Becerilerinin SOLO Taksonomisiyle İncelenmesi" başlıklı yüksek lisans tezinden üretilmiştir.

** Sorumlu Yazar: Gazipaşa Ortaokulu, Tokat, Türkiye, meltemgulsumkarli@gmail.com

*** İstanbul Medeniyet Üniversitesi, Türkiye, esra.yildiz@medeniyet.edu.tr

Giriş

Matematiksel düşünme becerisi, bireyin ön öğrenmelerine dayanan matematiksel bilgi ve kavramları kullanarak, akıl yürütme, tahmin etme, genelleme yapma, soyut düşünebilme, hipotez kurma, test etme, muhakeme etme ve ispatlama ile yeni bir bilgiye ya da kavrama ulaşması için gerekli bir özellik olarak tanımlanmaktadır (Bukova, 2006, 2008). Mantıksal düşünme süreci, keşfetme, bilgiyi etkili kullanabilme, formül oluşturabilme ve alışılmadık dışında yollar keşfetme gibi boyutlar içeren karmaşık bir süreçtir (Ersoy & Başer, 2013; Langrall & Swafford, 2000). Matematiksel düşünme becerisi, sayı hissi geliştirme ve soyut matematiksel kavramları ustalıkla kullanma gibi direkt matematik içerikli beceriler yanında (Yeşildere, 2006) günlük hayat problemlerine pratik çözümler üretme ve neden sonuç ilişkisi kurma gibi daha yaşamsal becerilerle ilgili düşünme süreçlerini de içermektedir (Aslan & İlkörücü, 2017). Matematiksel düşünme becerisinin, günlük yaşam ihtiyaçlarının karşılanması için gerekli olan problem çözme becerisi ve bilgiye erişme, bilgiyi analiz etme ve üretme yöntemlerinin etkili kullanılması için gerekli bir beceri olarak erken yaşlardan itibaren geliştirilmeye başlanması gereklidir (Yıldırım, 2015). Probleme yönelik çözüm önerisi geliştirmenin de ötesinde, problemin farklı boyutları üzerinde durularak, problemin kaynağı, ortaya çıkmasını etkileyen etmenler, çözüme katkı sağlayacak unsurlar ve yardımcı becerilerin kullanımını da matematiksel düşünme gerektiren durumlar olarak değerlendirmek mümkündür (Karakoca, 2011).

Matematiksel düşünme kapsamında değerlendirilebilecek bir beceri olarak orantısal düşünme becerisi (Akkuş ve Duatepe-Paksu, 2006) öğrencilerin, orantı ve oran konusuna ilişkin kavramları doğru kullanma, çarpıma dayalı orantı problemlerindeki matematiksel ilişkileri anlayabilme ve özellikle orantısal ve orantısal olmayan durumları ayırt edebilmeleri için gerekli olan bir beceri olarak tanımlanmaktadır (Cramer vd., 1993; Lesh vd., 1988; Pittalis vd., 2003). Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi [National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)] (2020) tarafından belirlenen İlkeler ve Standartlara göre oran ve orantı, eğitim, yüzde, benzerlik, lineer denklemler, histogram ve olasılık başta olmak üzere matematiksel kavramların bütüncül yaklaşımla öğrenilebilmesi için öğrencilerin orantısal düşünme becerilerinin geliştirilmesi gerektiği üzerinde durulmaktadır.

Bu nedenle matematik eğitimi içerisinde özellikle matematiksel düşünme gerektiren karmaşık süreçlerin incelenmesi açısından orantısal akıl yürütme becerisine yönelik çalışmalar yapmanın gerekli önemli olduğu düşünülmektedir. Literatürde orantısal akıl yürütme becerisini inceleyen birçok çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmalarda ortaokul öğrencilerinin orantısal düşünme beceri seviyelerinin belirlenmesi (Akkuş Çıkla ve Duatepe, 2002; Akkuş ve Duatepe-Paksu, 2006; Ben-Chaim vd., 1998; Duatepe vd., 2005; Musan, 2012; Umay, 2003), orantısal akıl yürütme becerisi gerektiren problemlere verdikleri cevapların nitelik ve nicelik olarak analizleri (Aladağ, 2009; Aladağ ve Artut, 2012; Altaylı, 2012; Atabaş, 2014; Bayazit ve Dönmez, 2017; Çelik, 2010; Çelik ve Özdemir, 2011; Debrel, 2011; H. Çetin, 2009; Küpçü, 2008; Küpçü ve Özdemir, 2011; Ünsal, 2009; Wells vd., 2014) ve oran ve orantı problemleri

çözerken kullandıkları stratejiler ve yaptıkları hatalarının incelendiği görülmektedir (Avcu, 2010; Cramer ve Post, 1993; İ. Çetin, 2009; Kayhan, 2005; Kaplan vd., 2011; Pakmak, 2014; Pelen, 2014; Şen ve Güler, 2017; Umay ve Kaf, 2005).

Orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimi için öncelikle nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkinin öğrenciler tarafından fark edilmesi gereklidir (Pelen, 2014; Toluk-Uçar & Bozkuş, 2016). Nesnelere arasındaki çarpımsal ilişkileri ayırt edebilen bir öğrencinin problem durumunun orantısal olup olmadığını kolaylıkla fark edebileceği düşünülmektedir. Örneğin; öğrenciden kenar uzunlukları 4 cm ve 8 cm olan bir dikdörtgeni, fotokopi ile belirli bir oranda büyütürken kısa kenarını 6 cm yapması istendiğinde; öğrencinin 4 ve 6 arasındaki oransal yani çarpımsal ilişkiden yola çıkarak 8 cm'nin 1,5 katı olan 12 cm'yi hesaplaması beklenmektedir. Bunun yerine öğrenci, kısa kenarlar arasındaki 2 cm farkı göz önüne alarak, uzun kenarlar arasındaki farkın da 2 olması gerektiğini düşünürse bu durum onun toplamsal ilişki kurduğu şeklinde yorumlanabilir.

Orantısal akıl yürütme becerisinin, matematikte hemen her konunun içeriğine entegre olduğunu söylemek mümkündür. Örneğin: üçgende benzerlik, eğim, olasılık, denklemler, kesirler, logaritma ve trigonometri gibi konular orantısal akıl yürütme becerisi ile ilişkili olan konulardır (Van de Walle vd., 2013). Ayrıca geometrik şekillerin kenarları arasındaki oranların sembolik olarak ifade edilmesi sürecinin hem geometrik hem de cebirsel düşünmenin gelişmesine katkı sağlayacağı düşünülmektedir (Langrall ve Swafford, 2000). Bu nedenle orantısal akıl yürütme becerisinin gelişmesi ilişkili birçok konuda matematiksel becerilerin gelişmesine destek olacağı için bu beceri ile ilgili yapılan çalışmalar önem kazanmaktadır (Musun, 2012).

Orantısal Akıl Yürütme Problemlerinin Çözümünde Kullanılan Stratejiler

Öğrenciler orantısal düşünme becerisi gerektiren problemleri çözerken doğru stratejilerin yanında hatalı stratejiler geliştirdikleri bilinmektedir. Orantısal akıl yürütme ile ilgili problem durumlarının çözümünde kullanılan çözüm stratejileri birim oran, değişim çarpanı, içler-dışlar çarpımı algoritması ve denk kesir stratejisi (Cramer ve Post, 1993) ve denklik sınıfı stratejisi olarak sınıflandırılmaktadır (Bart vd., 1994). Hatalı çözüm stratejileri ise duygusal cevap verme, toplamsal ilişki, veri ihmal, sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi olarak sınıflandırılmaktadır (Ben-Chaim vd., 1998; Kayhan, 2005).

Hatalı çözüm stratejilerden "toplamsal ilişki" stratejisinde öğrencilerin çarpımsal ilişkiyi fark edemedikleri ve değişkenler arasında toplamsal ilişki kurarak orana belli bir değeri ekleyerek orantıdaki diğer oranı bulmaya çalıştıkları görülmektedir. Örneğin "sekiz kişilik kurabiye yapmak için iki bardak şeker kullanılıyorsa beş bardak şeker ile kaç kişilik kurabiye yapılır?" şeklindeki bilinmeyen değeri bulma probleminde öğrenci şu şekilde hata yapmaktadır:

5 bardak şeker – 2 bardak şeker = 3 bardak şeker

8 kişi + 3 kişi = 11 kişilik kurabiye

Burada öğrenci şeker bardağı sayıları arasında oransal ilişkiyi kullanmak yerine bardak sayıları arasındaki farkı göz önüne almış ve 11 kişilik kurabiye yapılacağını söylemiştir. Bu hesaplaması öğrencinin veriler arasında toplamsal ilişki kurduğu şeklinde açıklanabilir.

“Duygusal cevap verme” stratejisinde öğrenciler problemdeki verileri gerçek hayat durumlarıyla ilişkilendirmeye çalışırken öznel cevaplar vererek hata yaparlar. Örneğin; “Bakkala giden çocuk 6 şişe sodanın 12 lira, 4 şişe gazozun ise 10 lira olduğunu görüyor. Hangi ürünün fiyatı daha ekonomiktir?” şeklindeki karşılaştırma sorusuna “Gazoz her zaman daha pahalıdır, bu yüzden soda daha ucuza gelir.” Ya da “Ben sodayı hiç sevmem tatsız olur. Gazoz daha güzel olduğu için gazozu seçerim” gibi matematiksel çözümden uzak öznel cevaplar verirler. Bu durumda öğrencilerin duygusal cevap verme hatası yaptıkları söylenebilir.

“Veri ihmali stratejisinde” öğrenciler sadece bir duruma ya da değişkene odaklanırlar. Örneğin; yukarıdaki bakkal sorusuna “Soda 12 TL olduğu için fiyatı daha fazla dolayısı ile soda daha pahalıdır.” Ya da “4 şişe 6 şişeden daha azdır. Daha az ürün için daha az para öderiz.” yanıtını veren bir öğrenci sadece fiyata ya da sadece şişe sayısına odaklanmış ve diğer veriyi ihmal etmiştir denilebilir.

Son hatalı strateji “sayıları kullanma ve içerik yok” stratejisinde ise öğrencilerin problemde yer alan sayılar ile toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin kullanılması gerektiğinin farkında oldukları halde problemin çözümünde problemle ilgili olmayan işlemleri kullanmaları söz konusudur.

Literatür incelendiğinde orantısal akıl yürütme becerisinin, temel eğitim seviyesinden itibaren geliştirilebilen, aritmetikten cebire geçiş aşamasını destekleyen bir konu olarak ihmal edilmemesi gereken önemli bir konu olduğu görülmektedir (Akkuş-Çıçla ve Duatepe, 2002; Akkuş ve Duatepe-Paksu, 2006; Aladağ, 2009; Aladağ ve Artut, 2012; Altaylı, 2012; Atabaş, 2014; Avcu, 2010; Bayazit ve Dönmez, 2017; Ben-Chaim vd., 1998; Cramer ve Post, 1993; Çelik, 2010; Çelik ve Özdemir, 2011; Fielding-Wells vd., 2014; H. Çetin, 2009; İ. Çetin, 2009; Debrel, 2011; Duatepe vd., 2005; Kaplan vd., 2011; Kayhan, 2005; Küpçü, 2008; Küpçü ve Özdemir, 2012; Martinez Ortiz, 2015; Özdemir ve Çelik, 2011; Pakmak, 2014; Pelen, 2014; Şen ve Güler, 2017; Umay, 2003; Umay ve Kaf, 2005; Ünsal, 2009). Bu bağlamda orantısal akıl yürütmenin oran ve orantı konusundan itibaren onunla ilgili olan rasyonel sayı, kesir, yüzde hesapları, ondalık gösterimler, üçgenlerde benzerlik gibi oranla ilgili olan temel konuların öğretiminde birbirleriyle ilişki kurdurulmasının önemli olduğu düşünülmektedir. Mevcut çalışmada katılımcıların orantısal düşünceleri gereken durumlarda ne tür düşünceler içerisinde oldukları ve nasıl hatalar yaptıkları (ör. toplamsal ilişki kurma, çarpımsal ilişki kurma, orantısal olmayan durumları belirleyememe) ortaya konulmaya çalışılarak, bu hataların nereden kaynaklandığı üzerinde duurulmuştur. Çalışmanın bu konu hakkında öğretmenlere fikir vermesi ve

matematiğin en temel konusu olan oran ve orantı konusunun öneminin fark edilmesi açısından önemli olduğu düşünülmektedir.

Mevcut çalışmada öğrencilerin orantısal düşünme becerisi gerektiren problemlere verdikleri yanıtlar SOLO Taksonomisi yardımıyla değerlendirilmiştir. Literatürde Bloom, Anderson, MATH, Fink ve Dettmer Taksonomisi (Arı, 2013; Koçyiğit ve Moralı, 2020) gibi birçok taksonomi bulunmaktadır. Bu çalışmada katılımcıların çözüm seviyelerinin belirlenmesinde ve gösterge fillerine göre kategorize edilebilmesinde en kullanışlı taksonomi olduğu düşünülen SOLO taksonomisi kullanılmıştır.

SOLO Taksonomisi

SOLO Taksonomisi her sınıf seviyesine uygun olarak öğrenci çözümlerini analiz etmek amacıyla Biggs ve Collis (1982) tarafından geliştirilen ve 5 farklı hiyerarşik düzeyden oluşan bir taksonomidir (Wadhwa, 2008). SOLO Taksonomisi, öğrencinin hiç öğrenme belirtisi göstermediği "yapı öncesi" konunun tek bir yönüne odaklanarak öğrenmeye çalıştığı "tek yönlü yapı" bir konuya ait birden fazla parçayı kavradığı ancak parçalar arasında bağ kuramadığı "çok yönlü yapı" öğrendiği birden fazla parça arasında mantıklı bir ilişki kurduğu "ilişkisel yapı" ve tüm öğrenmelerinin üzerinde bir akıl yürütme yaparak genellemelere ulaştığı "soyutlanmış yapı" seviyeleri olmak üzere beş hiyerarşik seviyeden oluşmaktadır. SOLO Taksonomisinin hiyerarşik yapısı nedeniyle üst seviyelere doğru ilerledikçe öğrencilerin cevapları ilişkilendirme, tutarlılık ve üst düzey düşünme becerileri yönünden gelişme göstermektedir (Biggs ve Collis, 1982).

Taksonomi seviyelerinden ilk üçü olan yapı öncesi, tek yönlü yapı ve çok yönlü yapı seviyesinde öğrencilerin çözümlerinde niceliksel olarak ilerledikleri ve yüzeysel öğrenmeler gerçekleştirdikleri görülmektedir (Özdemir ve Göktepe-Yıldız, 2015). Daha ileri düzeyleri temsil eden ilişkisel yapı ve soyutlanmış yapı seviyelerinde öğrencilerin niceliğin yanı sıra soruyu niteliksel olarak da kavradıkları ve daha derin bir öğrenmeye sahip oldukları görülmektedir. Gözlenebilir öğrenme çıktılarını açıklamayı hedefleyen SOLO Taksonomisi Matematik, Tarih, Coğrafya, İngilizce ve modern dilleri vb. alanlarda kullanılmaktadır. SOLO Taksonomisi kullanılarak yapılan çalışmalarda, genellikle öğrenci cevaplarının detaylı analizi, farklı sınıf düzeyindeki öğrencilerin SOLO Taksonomisinin hangi düşünce seviyelerinde buldukları, üniversite düzeyindeki öğrencilerle yürütülen çalışmalarda ise ileri matematiksel yapıların öğrenci zihninde nasıl algılandığı belirlemek ve bu çözümler hakkında detaylarının öğrenilmesi amacıyla kullanıldığı görülmektedir.

Matematik eğitimi literatüründe SOLO Taksonomisi ile öğrenci bilgi düzeylerinin incelendiği birçok çalışma bulunmaktadır (Akbaş, 2016; Akbaş, 2009; Arıç vd., 2012; Arı, 2013; Bağdat, 2013; Bağdat ve Anapa Saban, 2014; Çelik, 2007; Göktepe ve Özdemir, 2013; Groth ve Bergner, 2006; Kıran, 2004; Konyalıhatipoğlu, 2016; Lian ve Idris, 2006; Rider, 2004; Sarıhan-Musan, 2012; Tuna, 2011). Literatür genel olarak değerlendirildiğinde yapılan çalışmaların çoğunlukla nitel veya karma

desenle tasarlanmış olduğu ve katılımcıların ortaokuldan yükseköğretime kadar her sınıf seviyesinde öğrenciden oluştuğu görülmektedir. SOLO Taksonomisi kullanılarak yapılan çalışmalar incelendiğinde cebirsel ifadeler(Akbaş, 2016; Bağdat, 2013; Bağdat ve Anapa-Saban, 2014; Çelik, 2007; Rider, 2004), istatistiksel düşünme süreçleri(Akkaş, 2009; Groth ve Bergner, 2006), veri analizi (Ardıç vd., 2012; Kiani, 2014), çokgenler (Konyalıhatipoğlu, 2016), denklemler (Lian ve Idris, 2006; Sarıhan-Musan, 2012) gibi farklı matematik konularında öğrenci çözümlerinin doğruluk derecelerinin belirlenmesinde ve sınıflandırılmasında bir araç olarak kullanıldığı görülmüştür. Mevcut çalışmada da benzer şekilde yedinci sınıf öğrencilerinin, orantısal akıl yürütme becerisi gerektiren problem durumlarının çözümü sürecinde yaptıkları hataların incelenmesi ve çözümlerinin kategorize edilerek değerlendirilmesi amacıyla SOLO Taksonomisi kullanılmıştır.

Yöntem

Araştırma Deseni

Bu çalışma nitel araştırma desenlerinden durum çalışması niteliğindedir. Creswell (2007)'e göre durum çalışması; araştırmacının zaman içerisinde sınırlandırdığı bir ya da daha fazla durumu gözlem, görüşme, doküman ve raporlar yardımıyla derinlemesine incelediği nitel bir araştırma türüdür. Bu desen bir olay veya durumun boylamsal olarak incelendiği ve sistematik bir veri toplama sürecinin olduğu bir desendir (Büyüköztürk vd., 2010; Subaşı ve Okumuş, 2017). Mevcut çalışmada özel bir durum birden fazla veri toplama yöntemi kullanılarak, derinlemesine analiz edilmeye çalışılmıştır.

Çalışma Grubu

Araştırma 2016-2017 eğitim öğretim yılında Orta Karadeniz bölgesinde bulunan bir il merkezine bağlı devlet okulunda gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın katılımcılarını yedinci sınıfa devam etmekte olan 33 öğrenci içerisinden çalışmanın amacına uygun olarak seçilen 10 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışma grubunun belirlenmesi için amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Ölçüt örneklemede verinin zenginleştirilmesi için örneklemin önceden belirlenen ölçütlere bağlı kişi, durum ya da olayların seçilmesi ve problem durumunun derinlemesine araştırılması amaçlanmaktadır (Patton, 2014). Çalışma kapsamında örnekleme dahil edilecek öğrencilerin seçiminde dikkate alınan ölçüt öğrenci test puanının orta veya yüksek düzeyde olmasıdır. Orantısal düşünme beceri testine katılan 33 öğrenci içerisinden en yüksek puan alan 10 öğrenci çalışmanın örneklemini oluşturmaktadır.

Verilerin Toplanması ve Çözümlemesi

Çalışmada veri toplama aracı olarak Orantısal akıl yürütme becerisi testi ve yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılmıştır. Katılımcıların orantısal düşünme becerisi gerektiren sorularda yaptıkları hataları ortaya koymak için toplanan veriler veri analizi yöntemleri ile analiz edilmiş ve öğrenci seviyeleri araştırmacılar tarafından uyarlanan SOLO Taksonomisi rubriği ile seviye gruplarına ayrılmıştır. Öğrencilerin verdikleri yanıtların, geliştirdikleri çözümlerin daha detaylı analiz edilebilmesi için katılımcılar ile bireysel görüşmeler yapılmıştır. Bir sonraki bölümde veri toplama araçları ve analiz yöntemleri ile ilgili daha ayrıntılı bilgi verilmiştir.

Orantısal akıl yürütme becerisi testi ve analizi

Verilerin toplanmasında öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini ölçmek amacıyla Akkuş ve Duatepe-Paksu (2006) tarafından geliştirilen Orantısal Akıl Yürütme Becerisi Testi kullanılmıştır. 15 maddeden oluşan testin iç tutarlık katsayısı olan Cronbach Alpha değeri 0,86 olarak hesaplanmıştır. Testin maddelerinin ayırt edicilik gücü indeksleri ise 0,50 ile 0,71 değerleri arasında değişmektedir (Akkuş ve Duatepe-Paksu, 2006).

Çalışma kapsamında test 33 öğrenciye uygulanmıştır. Daha sonra öğrencilerin çözümleri araştırmacı tarafından puanlandırılarak öğrenciler tarafından doğru çözümler yüzdesi en düşük olan 2, 7, 9, 10 ve 15 numaralı 5 problem öğrenci hatalarını ortaya koymak amacıyla analiz edilmek üzere seçilmiştir. Uygulanan test sonucunda 2. problemin %33,33 oranında, 7. problemin %12,12 oranında, 9. problemin %24,24 oranında, 10. problemin %18,18 oranında ve 15. problemin %6,6 oranında çözümlerine sahip olduğu görülmüştür. Testin puanlama anahtarına göre öğrenciler bu 5 problemde en düşük 0 ve en yüksek 15 puan alabilmektedirler. Çalışma grubunda yer alan öğrenciler düşük, orta ve yüksek puan olarak 3 gruba ayrılmıştır. Buna göre 0-4 puan aralığında öğrenciler (Ö2, Ö4, Ö5, Ö10) düşük, 5-9 puan aralığındaki öğrenciler (Ö1, Ö3, Ö6, Ö7) orta ve 10-15 puan aralığındaki öğrenciler (Ö8, Ö9) yüksek puan düzeyinde olarak değerlendirilmiştir.

10 öğrencinin çözümlerindeki hatalar, benzerlikleri dikkate alınarak literatürde yer alan hatalı çözüm stratejilerine göre gruplandırılarak kategorize edilmiştir. Belirlenen hatalı stratejilerin doğruluğu öğrencilerle yapılan birebir görüşmelerde sorgulanmıştır. Görüşmelerin ardından öğrencilerin çözümleri ile eşleştirilen stratejiler alanda uzman 3 akademisyenin onayına sunulmuştur. Örneğin, Ö10 kodlu öğrencinin 9. problem için yaptığı çözümü sınıflandırmada zorluk yaşanmıştır. Başlangıçta araştırmacılar tarafından bu çözümün hem sayıları kullanma ve içerik yok hem de veri ihmal stratejisine uygun olduğu düşünülmüştür. Uzman görüşü alınan bu çözümde öğrencinin ses kayıtları ve görüşme süreci de göz önünde bulundurularak hatasının sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi olarak kodlanmasına karar verilmiştir. Başka bir örnekte ise araştırmacılar tarafından yapılan veri analizi sırasında öğrencilerin orantı içermeyen durumlarda orantı kurarak yaptıkları hatalı çözümler 'çarpımsal ilişki

stratejisi' olarak adlandırılmıştır. Ancak ilgili literatürde hatanın bu isimle yer almaması nedeniyle ve uzmanların önerileri doğrultusunda bu stratejinin ismi 'orantısız olmayan durumları belirleyememe' olarak değiştirilmiştir. Uzman kontrolünde yapılan veri analizi sonucunda belirlenen hatalı çözüm stratejileri toplamsal ilişki, veri ihmali, sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi, duygusal cevap verme ve orantısız olmayan durumları belirleyememe stratejisi olmak üzere beş kategoriden oluşmaktadır.

Yarı yapılandırılmış görüşme formu ve analizi

Görüşme formları, bir konu hakkında detaylı bilgi edinebilmek amacıyla farklı katılımcıların bulunduğu örneklem içerisinden benzer türde bilgileri toplamak için kullanılan bir araçtır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Testten elde edilen verilerin detaylı olarak analiz edilebilmesi için ve öğrencilerin çözümlerinin daha açık hale getirilmesi amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilen "Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu" kullanılmıştır.

Geliştirilen görüşme formunun geçerliğini yükseltmek ve orantısız akıl yürütme sürecinin alt beceri uygunluğunun belirlenmesi amacıyla 1 eğitimde ölçme değerlendirme anabilim dalı öğretim üyesinden, 1 matematik eğitimi anabilim dalı öğretim üyesinden, 1 matematik öğretmeninden, kullanılan dilin uygun ve anlaşılır olduğunun belirlenmesi için 1 Türkçe öğretmeninden uzman görüşü alınmıştır.

Görüşme formunda çalışma için seçilen 2, 7, 9, 10 ve 15 numaralı problemleri detaylı olarak anlatmalarına yardımcı olacak 8 adet soru bulunmaktadır. Formdaki ilk 3 soruyla uygulanan testle ilgili genel fikirlerini edinmek ve görüşme esnasında öğrencilerin heyecanlarını azaltmak amaçlanmıştır. Sonraki 5 soruda ise öğrencilerin mevcut 5 problemi özetlemeleri ve çözümlerini açıklamalarını istenmektedir. Görüşmelerden elde edilen ses kayıtları deşifre edilerek önceden belirlenen hatalı stratejilere göre gruplandırılarak betimsel olarak analiz edilmiştir.

SOLO Taksonomisi rubriği ve analizi

Taksonomi, bir öğrencinin kendisine sorulan soruya verdiği cevabı derinlemesine incelemeye ve öğrencilerin düşünme seviyelerinin sınıflandırılmasına yardımcı olan bir araçtır (Lung, 2000). Mevcut çalışmada öğrenci çözümlerinin seviyelere göre sınıflandırılması amacıyla SOLO Taksonomisi kullanılmıştır. SOLO taksonomisinin öğrencilerin orantısız akıl yürütme becerileri seviyelerini belirlemek amacıyla kullanılabilmesi için araştırmacı tarafından uyarılma çalışması yapılmış ve çalışmada rubrik olarak kullanılmıştır.

SOLO Taksonomisinin seviyeleri, yapı öncesi (YÖ), tek yönlü yapı (TYY), çok yönlü yapı (ÇYY), ilişkilendirilmiş yapı (İY), soyutlanmış yapı (SY) olarak adlandırılmaktadır. SOLO seviyeleri, öğrencinin bir soruya verdiği cevapların beş ayrı seviyede ele alınmasını sağlayarak, araştırmacıya öğrenmelerin derinliği hakkında bilgi vermektedir. Taksonomi seviyelerine ait özellikler aşağıda verilmiştir.

Yapı Öncesi: SOLO Taksonomisinin en alt basamağıdır. Bu seviyede bulunan öğrenciler üzerinde çalıştıkları konuyu genellikle anlamamakta ya da çok az bir bilgiye sahip olmaktadır (Biggs, 1995). Öğrencinin soruya vermiş olduğu cevapla problem durumu uyumlu değildir. Öğrencinin dikkati sorunun çözümüyle ilgisiz durumlar tarafından kolayca dağılmaktadır (Çetin & İlhan, 2016). Bu nedenle öğrenci beklenen görevi uygun şekilde yerine getirememektedir.

Tek Yönlü Yapı: Bu seviyede öğrenciler problem durumunu dar bir bakış açısı ile ele almaktadır. Öğrenci çözüm için gerekli teorik bilgiye sahip olmasına rağmen bilgisini başarılı şekilde çözüm üzerine uygulayamamaktadır (Biggs ve Collis, 1991). Öğrenciler bu seviyede konuyu açıklayabilir ve basit işlemler yapabilirler. Ancak çözüm için odaklandıkları parçanın diğer parçalarla olan ilişkisini kuramazlar. Bu yüzden cevaplarında tutarsızlıklar görülmektedir.

Çok Yönlü Yapı: Bu seviyede öğrenciler problem durumlarındaki konunun birden fazla yönünü fark edebilirler ancak bu farklı yönler arasında bağ kuramazlar (Biggs ve Collis, 1991). Öğrencilerin çözüme yönelik yaptıkları planlarda birçok teorik bilgi bulunmaktadır. Ancak öğrenci farklı fikirlerini bir araya getirerek mantıklı ve tutarlı bir çözüm ortaya koyamamaktadır. Bu seviyede öğrencilerin sonuçlarını açıklamaya çalıştıkları ancak neden sonuç ilişkisini kurmada başarısız oldukları görülmektedir.

İlişkisel Yapı: Bu seviyede öğrenciler üzerinde çalıştıkları konu ya da problem durumunu mantıklı ve tutarlı bir bütün oluşturacak şekilde ele alabilirler (McGill, 2013). Öğrenciler ulaştıkları sonuçları benzer bir problem durumuna genellebilirler. Ancak öğrenci sahip oldukları bilgilerle sınırlandığından bu bilgiler dışında bir sonuca ulaşamaz ve genelleme yapamaz.

Soyutlanmış Yapı: SOLO Taksonomisinin zirvesi olan bu seviyede öğrenci sahip olduğu bilgiden çok daha fazlasına akıl yürütebilir ve ilişkiler arasında bağ kurarak genellemelere ulaşabilir. Öğrenci soyut düşünme örnekleri gösterir. Konu ile ilgili sahip olduğu bilgiyi yorum gücü ve mantığı ile birleştirerek bilgisini sistematik şekilde yeniden yapılandırır (Biggs ve Collis, 1991). Öğrenci yeni ve farklı fikirler sunabilir, atıflarda bulunarak hipotez ve teoriler üretebilir, genellemelere ulaşmak için daha tümdengelim yollarını izleyebilmektedir.

SOLO Taksonomisi Rubriği' nin mevcut çalışmanın veri analizi amacıyla kullanılabilmesi için SOLO taksonomisi seviyeleri ve Tablo 1.'de yer alan Çetin ve İlhan (2006) tarafından hazırlanan gösterge fiillerinden yararlanılarak güncellenmiştir.

Uyarlama çalışmasını yapmak için öncelikle öğrencilerin 2, 7, 9, 10 ve 15 numaralı problemler için yaptıkları çözümler en düşük seviye olan yapı öncesi seviyeden başlayarak en yüksek seviye olan soyutlanmış yapıya kadar sıralanmış, daha sonra her seviyeye uygun gösterge fiilleri seçilmiştir. Böylece hem fiillerle uyumlu hem de uygulanan testin puanlama anahtarındaki bilgilerle uyumlu bir rubrik geliştirilmiştir. Öğrencilerin yaptıkları çözümlerin bu beş seviyeden hangisine uygun olduğu çözümün doğruluk seviyesi ve Tablo 1'de yer alan fiilleri içermesi dikkate alınarak belirlenmiştir. Örneğin; öğrenci çözümünde "anlamadım, boş" gibi ibareler varsa bu çözümün yapı

öncesi seviyesi olarak değerlendirilmesine, öğrencinin sorudaki sadece bir veriden yola çıkarak çözüme ulaşmaya çalışmışsa tek yönlü yapı seviyesinde değerlendirilmesine ya da alışılmışın dışında bir çözüm veya akıl yürütme yaparak doğru sonuca ulaşmışsa bu çözümün de soyutlanmış yapı seviyesinde değerlendirilmesine karar verilmiştir. Rubriği çalışmada kullanmadan önce bir pilot çalışma yapılmış ve gerekli düzeltmeler yapıldıktan sonra öğrencilerin orantısal akıl yürütme seviyelerinin belirlenmesi amacıyla esas çalışmada kullanılmıştır.

Tablo 1.

SOLO Taksonomisi Seviyeleri ve Gösterge Fiilleri

	Niceliksel Artış ve Yüzeysel Öğrenme			Niteliksel Artış ve Derin Öğrenme	
	Yapı Öncesi	Tek Yönlü Yapı	Çok Yönlü Yapı	İlişkisel Yapı	Soyutlanmış Yapı
Temel Özellikleri	Çalışılan konuyla ilgili öğrenilenler yanlıştır, öğrenme olmamıştır.	Üzerinde çalışılan konunun tek bir yönüne odaklanılır.	Üzerinde çalışılan konunun iki ya da daha fazla yönü anlaşılır. Fakat parçalar arasında ilişki kurulamaz.	Üzerinde çalışılan konunun farklı yönleri birbirleri ile ilişkilendirilir.	Mevcut bilgilerin ötesinde akıl yürütülebilir ve genellemelere ulaşılabilir.
Gösterge Fiilleri	<ul style="list-style-type: none"> - Problemden verilenleri tekrar etmek - "Bilmiyorum" demek - Cevap verememek 	<ul style="list-style-type: none"> - Açıklamak - Tanımlamak - Ezberlemek - Basit bir işlemi uygulamak - Adlandırmak - Sıralamak - Saymak 	<ul style="list-style-type: none"> - Birleştirmek - Listelemek - Tanımlamak - Metaforik konuşmak - Planlamak - Algoritma ve yöntemleri uygulamak 	<ul style="list-style-type: none"> - Analiz etmek - Karşılaştırmak - Birleştirmek - İlişkilendirmek - Bilinmeyenler arasındaki ilişkileri kurmak - Sebep ve sonuçları açıklamak - Verilen bir teoriyi ilgili alana uygulamak 	<ul style="list-style-type: none"> - Kuram oluşturmak - Genellemeler yapmak - Tahmin etmek - Hipotez kurmak - Yansıtmak - Teoriyi yeni bir alana uygulamak - Tartışmak - Derinlemesine incelemek

İnanırlık ve Etik

Güvenirlilik ve Geçerlilik nitel bir araştırmanın inandırıcılığının en önemli iki ölçütüdür. Bir çalışmada elde edilen ölçme sonuçlarının tesadüfi hatalardan arınmışlık derecesi araştırmanın güvenirliliği olarak tanımlanmaktadır. Araştırma yapılan özelliğin doğru ölçülebilirlik oranının artışına bağlı olarak araştırma güvenirliliği artış gösterir (Büyüköztürk vd., 2010, Tanrıoğen vd., 2012). Öğrencilere uygulanan orantısal akıl yürütme

becerisi testinin puanlanmasında nesnel ve güvenilir bir yaklaşımla ilerlenebilmesi için teste ait olan dereceli puanlama anahtarı ve araştırma için geliştirilen SOLO Taksonomisi rubriği kullanılmıştır. Puanlama güvenilirliğini sağlamak için veri analizi aşamasında puanlayıcılar arası tutarlık (inter-rater reliability) hesaplanmıştır. Bu yöntemde aynı veri için iki ya da daha fazla gözlemciye ait puanlamanın güvenilirliği, puan grupları arasında oluşan uyum ile ölçülmektedir. Gözlemcilerin mevcut veriler ve çözümler için verdikleri puanlar birbirine yaklaştıkça güvenilirliğin artacağı ilgili literatürde belirtilmektedir (Bilgen & Doğan, 2017). Güvenirliğin belirlenebilmesi için SOLO Taksonomisi ve geliştirilen rubrik hakkında bilgilendirilen ilköğretim matematik eğitimin alanında uzman bir araştırmacı ikinci puanlayıcı olarak seçilmiştir. Puanlayıcı uygulanan testte yer alan 2, 7, 9, 10 ve 15 numaralı problemlere ait çalışma grubunda yer alan 10 öğrencinin çözümlerini yalıtılmış bir ortamda puanlamıştır. Puanlamada ölçüt olarak önceden belirlenen kategoriler ve SOLO Taksonomisi rubriği kullanılmıştır. Araştırmacı ve uzman puanlayıcı, öğrencilerin hatalı stratejilerini kategorize ederek rubrikte uygun seviyelere yerleştirmişlerdir. 10 öğrencinin belirlenen 5 soruda yaptıkları çözümler puanlanmış ve tabloya işlenmiştir. Rubrikte bulunan en düşük 0 ve en yüksek 5 puan almayı gerektiren seviyeler ve açıklamalarından yola çıkılarak puanlama yapılmıştır. İşlem sonunda puanlayıcı tablosu ile araştırmacı tablosu karşılaştırıldığında 7 sorunun farklı kodlandığı görülmüştür. 2. Probleme Ö2 (araştırmacı:2, puanlayıcı:3) ve Ö7(araştırmacı:3, puanlayıcı:4) kodlu öğrencilerin, 7. Probleme Ö6 (araştırmacı: 3, puanlayıcı:2) ve Ö4(araştırmacı:4, puanlayıcı:3) kodlu öğrencinin, 9. Probleme Ö5 (araştırmacı:3, puanlayıcı:4) kodlu öğrencinin ve 10. Probleme Ö1 (araştırmacı:3, puanlayıcı:4) ve Ö3 (araştırmacı:3, puanlayıcı:2) kodlu öğrencilerin farklı kodlara sahip oldukları görülmüştür. 15. Probleme ait puanlamada her iki puanlayıcının da uyumlu kodlama yaptığı görülmüştür. Puanlar arasındaki farkların tüm öğrencilerde 1 puan olduğu görülmüştür. Puanlayıcıların öğrencileri seviyeleri konusunda fikir ayrılığına düştüğü durumlarda öğrencinin cevabı hakkında ayrıntılı bir şekilde tartışılarak ortak bir görüş oluşturulmuştur. Puanlama işleminin ardından son halini alan rubriğin puanlayıcılar arası güvenilirliği Miles ve Huberman (1994)' a göre puanlanmıştır.

$$\text{Güvenirlik} = \frac{\text{Görüş Birliğine Varılan Durumlar}}{\text{Görüş Birliğine Varılan Durumlar} + \text{Görüş Birliğine Varılmayan Durumlar}}$$

Miles ve Huberman (1994)' a göre puanlamada güvenilirlik hesaplamasının %70 ve üzerinde olması puanlayıcılar arası güvenilirlik için yeterli sayılmaktadır. Mevcut çalışmada güvenilirlik formülü kullanılarak %86 güvenilirlik hesaplanmıştır. Bu hesaplama dayanarak geliştirilen rubriğin öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerine ait seviyelerini SOLO Taksonomisinin uygun seviyesine yerleştirme konusunda güvenilir bir araç olduğunu söylemek mümkündür.

Bir araştırmada ölçülmesi hedeflenen özelliğin ölçme sürecine farklı etkenler karışmaksızın ölçülebilir derecesi geçerlik olarak tanımlanmaktadır (Merriam, 2015). Mevcut araştırmada elde edilen veriler kullanılarak çalışma grubundaki öğrencilerle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşmeler boyunca veriler araştırmacı tarafından ilk elden toplanmıştır. Tüm görüşmelerin ses kaydı alınmıştır.

Araştırmacı veri toplama aşamasını tamamlayana kadar önyargılı davranmadan ilerlemeye çalışmış, ses kayıtlarına ait verileri, uygulanan teste ait dereceli puanlama anahtarını ve geliştirilen rubriği kullanarak çözümlerinde objektif olmaya çalışmıştır. Ses kayıtları bulgulara dönüştürüldükten sonra katılımcı teyidi (member-check) yapılmıştır. Görüşme yapılan 10 öğrenciye, görüşme sürecinde yaptıkları açıklamaların yazılı hali sunularak, öğrencilerin ifadelerinin yazıya doğru olarak aktarıldığını ve verilerin uygunluğu onayladıktan sonra veri analizi yapılmıştır. Araştırmanın uygulama aşamasında katılımcıları her türlü zarardan koruma ve gizlilik gibi etik ile ilgili tüm görevler hassasiyetle yerine getirilmeye çalışılmıştır. Uygulama öncesinde İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden (Tarih: 31/05/2017, Sayı: 27001677-44-E.7951860) yazılı izin alınmış, öğrencilerin çalışmaya gönüllü katılımı yazılı onam formu ile sağlanmıştır. Katılımcılara istedikleri zaman çalışmadan ayrılacakları bildirilmiş ve kişisel verilerin araştırma ekibi dışında kimse ile paylaşılmayacağı teyit edilmiştir. Ayrıca araştırma sonuçlarını raporlanırken gerçek isimler yerine kodlar kullanılmıştır.

Bulgular

Bu bölümde, öğrencilerin seçilen problemlere verdikleri cevaplar ve geliştirdikleri çözüm stratejilerine ilişkin görüşme çözümleri yer almaktadır. Analizler için öğrencilerin en fazla hata yaptıkları 2, 7, 9, 10 ve 15 numaralı problemlerin çözümleri kullanılmıştır. Bulgular, çalışma grubundaki 10 öğrencinin çözümlerinde kullandıkları 5 farklı hatalı çözüm stratejisi ayrı başlıklar halinde incelenmiştir. Bölüm içerisinde alt başlıklar halinde sunulan bu hatalı stratejiler toplamsal ilişki kurma, veri ihmali, duygusal cevap verme, sayıları kullanma ve içerik yok ve orantısız olmayan durumları belirleyememe stratejisidir.

Toplamsal İlişki Stratejisine Yönelik Bulgular

Oranların karşılaştırılması gereken durumlarda öğrencilerle tarafından kullanılan bu hatalı strateji, bir orantıda yer alan oranlardan birine belirli bir değer eklenerek diğer oranı bulmayı hedeflemektedir. Öğrencilerin orantının doğası gereği kullanılması gereken çarpımsal ilişki yerine hatalı düşünerek toplamsal ilişki kurdukları görülmektedir.

Çalışma grubundaki 10 öğrencinin toplamsal ilişki stratejisini kullanarak hata yaptıkları problemler ve bu problemlerin SOLO Taksonomisi Rubriğine göre değerlendirmesi Tablo 2.'de yer almaktadır.

Tablo 2.'ye göre çalışma grubundaki 10 öğrenciden 9'u çözümünde toplamsal ilişki hatalı stratejisini kullanmıştır. Ö8 kodlu öğrenci hiçbir problemin çözümünde bu hatalı stratejiyi kullanmamıştır. Bu yönüyle toplamsal ilişki stratejisinin öğrencilerin en fazla sahip olduğu hatalı strateji olduğunu söylemek mümkündür. Örneğin, aşağıda verilen

10. Problemin çözümünde toplamsal ilişki stratejisini kullanan Ö₂ kodlu öğrencinin 10 numaralı probleme ait çözümü Şekil 1’de verilmiştir.

Tablo 2.

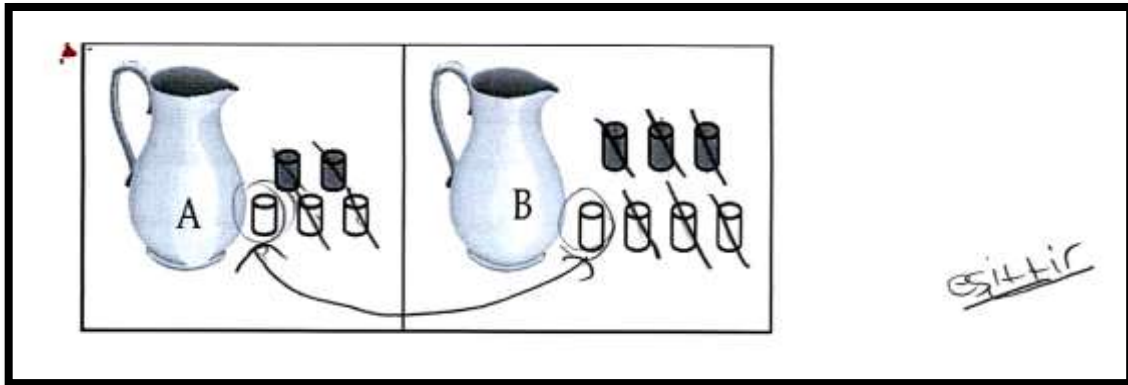
Toplamsal İlişki Stratejisi Katılımcı Tablosu

Kullanılan Strateji	Öğrenci Kodu	Problem Numarası	SOLO Seviyesi
Toplamsal İlişki Stratejisi	Ö1	10	Çok Yönlü Yapı
	Ö2	2, 10	Tek Yönlü Yapı
	Ö3	10	Tek Yönlü Yapı
	Ö4	10	Tek Yönlü Yapı
	Ö5	2	Tek Yönlü Yapı
	Ö6	2	Tek Yönlü Yapı
	Ö7	10	Çok Yönlü Yapı
	Ö8	-	-
	Ö9	2	Çok Yönlü Yapı
	Ö10	7	Tek Yönlü Yapı

Problem 10: “Şekilde görülen A ve B sürahilerinde portakal suyu yapılmaktadır. Koyu renkli bardaklarda portakal suyu konsantresi, açık renkli bardaklarda ise su vardır. Şekilde görüldüğü gibi A sürahisine 2 bardak portakal suyu konsantresi, 3 bardak su; B sürahisine ise 3 bardak portakal suyu konsantresi ve 4 bardak su konulmuştur. Buna göre hangi sürahideki portakal suyu daha tatlıdır? Açıklayınız.” Niceliksel karşılaştırma içeren bu problemde öğrencilerden bardaklar arasındaki $2/5$ ve $3/7$ oranlarından ya da $2/3$ ve $3/5$ oranlarından büyük orana sahip B sürahisinin daha tatlı olduğu sonucuna ulaşmaları beklenmektedir.

Şekil 1.

Ö2’nin 10. Problem İçin Yaptığı Çözüm



Şekil 1'deki çözüm için yapılan görüşmeden alınan kesitler aşağıda verilmiştir.

A : Hangi sürahi daha tatlıdır sence?

Ö2 : Hocam bence ikisi de eşit olur.

A : Neden ikisi de eşit olur?

Ö2: Hocam sürahilerin zaten boyu aynı. Mesela bununla bu giderse bununla bu gider su kalır. (A sürahisindeki 1 bardak su ile 1 bardak portakal suyunu eşleştirdiğini anlatmak istiyor. Bu eşleştirmesine göre A sürahisinde geriye sadece 1 bardak su kalıyor.) Bununla bu, bununla bu, bununla da bu giderse yine su kalır. (Öğrenci portakal konsantresi ve su eşleştirme işlemini B sürahi için de yapıyor.) Ancak tadı değişmez. Oranlarda değişiklik olmamış. Sadece 1 tanesinde daha fazla. Miktar (sıvı) daha fazla.

A : Peki az önce eşittir dedin, oranlar aynı oluyor dedin. Nasıl bir orandan bahsediyorsun?

Ö2 : Hocam burada (A sürahi) 1 fark var, burada (B sürahi) da 1. Aynı oranda işte.

A : Oranı nasıl kullandın burada?

Ö2 : Az önce yaptım ya hocam. Portakal ile suları birebir eşledim yani oranladım. Geriye sadece 1'er bardak su kaldı. Tatları eşit demek ki.

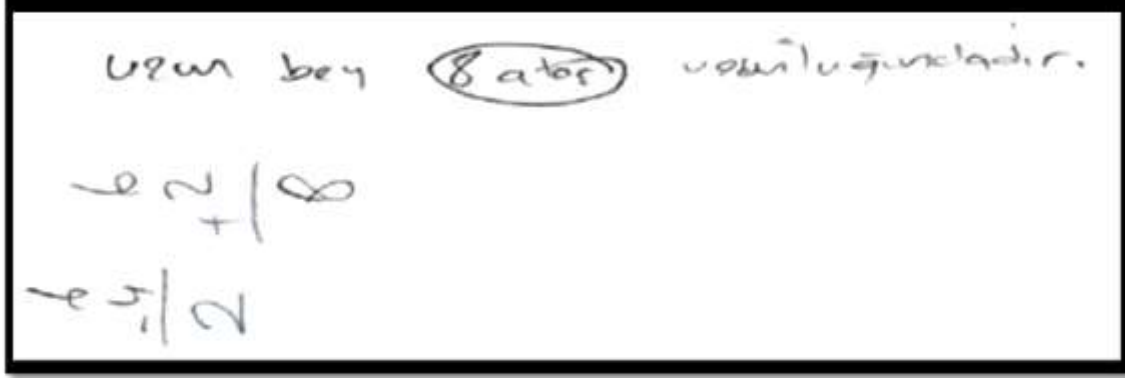
Öğrencinin "... birebir eşledim yani oranladım. Tatları eşit demek ki." yorumuna dayanarak çözüm yaparken bardak sayıları arasındaki farka odaklandığı, her sürahi için bardak sayıları arasındaki çarpımsal ilişkiyi ihmal ettiği ve toplamsal ilişki stratejisini kullanarak hata yaptığı düşünülmektedir. Öğrenci birebir eşleme yaparak oranladığını düşünmektedir. Taksonomi açısından Ö2 kodlu öğrenci problemdeki bardak sayılarını yanlış yorumlamış ve hangi sürahinin daha tatlı olduğunu belirleyememiştir. Bardak sayılarını orantılamak yerine onlar arasında toplamsal bir ilişki kurmaya çalışmıştır. Her iki sürahide de bardak sayıları arasındaki fark 1 olduğu için tatlarının aynı olduğunu düşünerek hatalı bir cevap vermiştir. Bu hatalı çözüm rubriğe göre 'tek yönlü yapı' seviyesine karşılık gelmektedir.

Benzer şekilde Ö2 kodlu öğrencinin 2. probleme ait çözümü Şekil 2.'deki gibidir.

Problem 2: "Kısa Bey' in Uzun Bey adında bir arkadaşı vardır. Kısa Bey' in ataş ile uzunluğu ölçüldüğünde 6 ataş boyunda olduğu görülmüştür. Uzun Bey ve Kısa Bey' in boyu düğme ile ölçüldüğünde Uzun Bey' in 6, Kısa Bey' in 4 düğme uzunluğunda olduğu bulunmuştur. Buna göre Uzun Bey' in uzunluğu kaç ataş uzunluğundadır?" Verilmeyen değeri bulmayı gerektiren bu problemde öğrencilerin ataş ve düğme boyları arasındaki orantıyı bulmaları beklenmektedir. 1 düğme = 1,5 ataş eşitliğini fark eden öğrencinin 6 düğme = $6 \times 1,5 = 9$ ataş sonucuna ulaşması gerekmektedir.

Şekil 2.

Ö2'nin 2. Problem İçin Yaptığı Çözüm



Şekil 2'deki çözüm için yapılan görüşmeden kesitler aşağıdadır.

- A : Çözümünü nasıl gerçekleştirdin?
- Ö2 : Hocam düğmelerde bir tane oran var. Uzun Bey 6 tane, kısa ise 4 tane (Uzun ve Kısa Bey'in düğme uzunluklarını söylüyor).
- A : Nasıl bir orandan bahsediyorsun?
- Ö2 : Hocam burada düğmeler belli bir oranda artmış.
- A : Nasıl bir artış bu?
- Ö2 : 4 düğme kısa olan, 6 düğme de uzun olanı. Yani burada 2 artış var.
- A : Buradaki oranı nasıl belirledin peki?
- Ö2 : Oran 2 işte hocam. Düğmeler arasında 2 fark varsa ataşlar arasında da olacak.
- A : Oran ne demek? Bana düşündüğün gibi açıklar mısın?
- Ö2 : İki şeyin birbirine bölümü.
- A : Bulduğun 2 sayısı ne anlama geliyor o halde?
- Ö2 : Farkını aldım. Oran olmaz mı işte bu? Çünkü aynı durum ataş için de olacak.

Bu hatalı çözümde öğrencinin toplamsal ilişki kurma hatasına düştüğünü söylemek mümkündür. Öğrencinin "oran 2 işte hocam. Düğmeler arasında 2 fark varsa ataşlar arasında da olacak." açıklaması çözümünde toplamsal ilişki kurduğu bulgusunu desteklemektedir. Görüşmede öğrenciden oranın ne olduğunu açıklaması istendiğinde "iki şeyin birbirine bölümü." Tanımlamasını yapmıştır. Açıklaması çarpımsal bir anlam taşımasına rağmen öğrenci çözümünde düğme boyları arasındaki farkı kullanmış ve bu bilgiler arasında toplamaya dayalı bir ilişki kurmaya çalışmıştır. Oranı 2 olarak ifade ettiği yorumuna dayanarak öğrenciye bulunduğu 2'nin ne anlama geldiği sorulduğunda 'farkını aldım. Oran olmaz mı işte bu?' açıklamasını yapmıştır. Öğrenci oran kavramını çarpma ve bölme işlemi ile özdeşleştirmiş ancak problemi çözerken

değişkenlerin farkını alarak bir oran elde edeceğini düşünerek çözümünde hataya düşmüştür. Taksonomi açısından Ö2 kodlu öğrenci problemde verilen bilgileri kullanarak bir oran elde etmesi gerektiğini fark etmiştir. Ancak Kısa Bey'in ölçüleri için geçerli olan farktan faydalanarak Uzun Bey'in ölçülerini bulmaya çalışmıştır. Bu yaptığı işlemi oran olarak tanımlayan öğrencinin çözüme yönelik yeterli açıklama yapamadığı söylenebilir. Bu gösterge fiilleri rubrikte 'tek yönlü yapı' seviyesine karşılık gelmektedir. Toplamsal ilişki stratejisini kullandığı düşünülen diğer öğrenci ise Ö1 kodlu öğrencidir. 10. probleme (Bkz. Ek 1-Soru 10) dair yaptığı çözüm Şekil 3.'de yer almaktadır.

Şekil 3.

Ö1'in 10. Problem İçin Yaptığı Çözüm

görülen A ve B	A	B
suyu yapılmaktadır.		
larda portakal suyu	2P	3P
li bardaklarda ise su	3S	4S
ğü gibi A sürahisine 2		
onsantresi ve 3 bardak		
3 bardak portakal suyu		
su konulmuştur. Buna		
portakal suyu daha		

eşittir

Cürsü 2 bardak portakal suyu 3 bardak su bulunur 3 bardak portakal suyu 4 bardak su bulunur A'da her bardak B'de ise 4 bardak su bulunur 3 bardak portakal suyu bulunur

Şekil 3'de çözüm için yapılan görüşmeden kesitler aşağıdadır:

A : Hangisinin tatlı olduğuna nasıl karar veririz?

Ö1 : Hocam burada hepsi eşittir ki.

A : Neden eşittir?

Ö1: Çünkü mesela burada (A sürahisinden bahsediyor) 2 bardak portakal suyu var burada 3 su var. Aralarında 1 fark var. Burada da (B sürahisinden bahsediyor) 3 bardak portakal suyu var 4 bardak normal su var. Yani burada aralarında 1 fark olduğu için eşittir dedim.

Görüşmeye dayanarak öğrencinin çözümünde toplamsal ilişki" stratejisini kullandığı düşünülmektedir. Öğrenciye, sürahilerin tatlılarının eşit olduğuna nasıl karar verdiği sorulduğunda "1 fark olduğu için eşittir dedim." cevabını vermiştir. Bu cevap göre öğrencinin sadece bardakların niceliklerine odaklandığı ve bardaklar arasında kurması çarpımsal ilişkiyi göremediği, bu nedenle toplamsal ilişki kurarak hatalı çözüm

yaptığı bulgusunu destekler niteliktedir. Taksonomi açısından Ö1 kodlu öğrenci aralarında çarpımsal ilişki bulunan bardak sayılarının durumunu ihmal etmiş ve bu sayılar arasında toplamsal bir ilişki kurmaya çalışarak problemi hatalı çözmüştür. Bu gösterge fiilleri rubrikte 'çok yönlü yapı' seviyesine karşılık gelmektedir.

Veri İhmali Stratejisine Yönelik Bulgular

İki oran durumunun ya da orantılı ilişkilerden sadece bir tanesinin dikkate alınıp diğerinin ihmal edildiği hata türü 'veri ihmali stratejisi' olarak tanımlanmaktadır. Bu hataya düşen öğrencilerin tek bir duruma, ilişkiye ya da değişkene odaklandıkları görülmektedir. Çalışma grubundaki 10 öğrencinin veri ihmali stratejisini kullanarak hata yaptıkları problemler ve bu problemlerin SOLO Taksonomisi Rubriğine göre değerlendirmesi Tablo 3.'de yer almaktadır.

Tablo 3.

Veri İhmali Stratejisi Katılımcı Tablosu

Kullanılan Strateji	Öğrenci Kodu	Problem Numarası	SOLO Seviyesi
Veri İhmali Stratejisi	Ö1	9	Yapı Öncesi
	Ö2	-	-
	Ö3	-	-
	Ö4	10	Tek Yönlü Yapı
	Ö5	9, 10	Çok Yönlü Yapı, Yapı
	Ö6	-	-
	Ö7	2, 7	İlişkisel Yapı, Tek Yönlü
	Ö8	-	-
	Ö9	7	İlişkisel Yapı
	Ö10	-	-

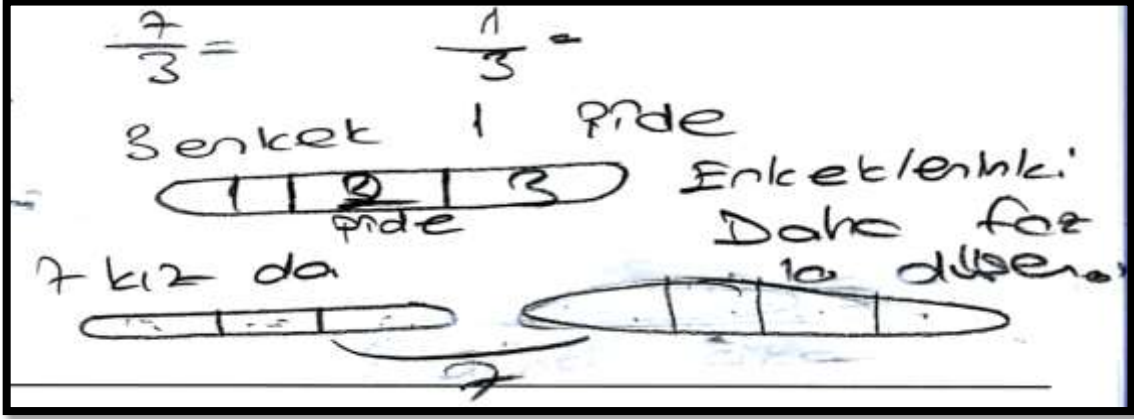
Tablo 3 incelendiğinde Ö1, Ö4, Ö5, Ö7 ve Ö9 kodlu öğrencilerin bu hatalı stratejiyi çözümlerinde kullandığı görülmüştür. Çalışma içerisinde yer alan 5 hatalı strateji arasından toplamsal ilişki stratejisinden sonra öğrencilerin en çok kullandıkları hatalı strateji türü veri ihmali stratejisi olarak belirlenmiştir.

Çözümünde veri ihmali stratejisini kullandığı düşünülen Ö5 kodlu öğrencinin 9 numaralı probleme ait çözümü Şekil 4.'dedir.

Problem 9: "Bir lokantada aynı boyda pideler üretilmektedir. Bu lokantada yemek yiyen 7 kız 3 pideyi paylaşırken, 3 erkek ise 1 pideyi paylaşmaktadırlar. Bu lokantada kız başına düşen pide miktarı mı, erkek başına düşen pide miktarı mı daha fazladır? Açıklayınız.". Niceliksel karşılaştırma gerektiren bu problemde öğrencilerin pideler arasındaki oranları karşılaştırmaları gerekmektedir. Kızlar için $3/7$ olan oran erkeklerde $1/3$ olmaktadır. Öğrencilerden oranın büyük olduğu kız grubunun daha fazla pide yediğini bulmaları beklenmektedir.

Şekil 4.

Ö5'in 9. Problem için Yaptığı Çözüm



Şekil 4'deki çözüm için yapılan görüşmeden kesitler aşağıdadır.

Ö5 : Hocam kızlar yarım yarım yemişler.

A : Kızlar yarım yemiştir diyorsun. Erkekler ne kadar yemiştir peki?

Ö5 : Erkekler de $\frac{1}{3}$ çeyrek sanırım.

A : Senin yaptığın çizim kızların yarım, erkeklerin ise çeyrek yediğini mi gösteriyor?

Ö5 : 3 erkek 1 pide diyor. Adam başı düşeni bulmam gerekiyor mu?

A : Peki erkekler için $\frac{1}{3}$ pide yiyorlar dedin. Kızların yarım pide yediğini nasıl buldun?

Ö5 : 7 kız zaten 3 tane pide yiyormuş. O pidenin yarısını böldüm herkese 1 parça paylaştırdım.

A : Eğer yaptığın çizime göre çözümünü anlatıyorsan kızların pidelerini yarım olarak bölmemişsin ki.

Ö5 : 7'yi 3'e bölersem yarısına yakın yer işte.

A : $\frac{1}{2}$ 'yi yani yarım yer cevabını 7'yi 3'e bölerek mi buldun?

Ö5: Hocam 6 olsaydı tam yarım olacaktı ama 7 olduğu için yarıma çok yakın işte.

Ö5'in başlangıçta problemi çizim yaparak çözmeye çalıştığı görülmüştür. Öğrenci çizimine bakılarak çözümünde 'veri ihmal stratejisini' kullandığı söylenebilir. Şekil 4.'de görülen çizimde öğrencinin kızlar için problemde verilen bilgiden farklı olarak 1 pideyi eksik çizmiş olması ve sadece kişi sayısına odaklanması veri ihmal stratejisini kullandığı bulgusunu destekler niteliktedir. Öğrenci kızların neden yarım pide yediklerini açıklarken "7'yi 3'e bölersen yarım eder. 7 yerine 6 olsaydı yarım olacaktı. Çok yakın" yorumunda bulunmuştur. Bu açıklamaya bakılarak öğrencinin oran kavramı hakkında yüzeysel de olsa akıl yürütme yapabildiği söylenebilir. Ancak öğrencinin sahip olduğu sınırlı bilgiyi problem çözümüne uygulamakta zorlandığı

gözlenmiştir. Öğrencinin 6'yı 3'e böldüğünde yarım elde edeceğini düşünmesi de uygulama yaparken zorlandığı bulgusunu destekler niteliktedir. Taksonomi açısından Ö5 kodlu öğrenci problemde verilen bilgileri kullanarak şekil çizmiş, 3 pideyi rastgele 7 parçaya ve 1 pideyi yine rastgele 3 parçaya ayırmıştır. Ö5 yaptığı bu çiziminin durumuna göre fazla pide yiyen grubu belirlemeye çalışmıştır. Öğrencinin birim oran kavramını anlamakta ve problem üzerinde uygulamakta zorlandığı, bu nedenle yanlış oranlama yaparak (ve şeklinde oranlama) cevabı hatalı bulduğu görülmüştür. Bu gösterge fiilleri rubrikte 'çok yönlü yapı' seviyesine karşılık gelmektedir.

Veri ihmali stratejisini kullandığı düşünülen Ö9 kodlu öğrencinin 7 numaralı problem için yaptığı çözüm Şekil 5'deki gibi olmuştur.

Problem 7: "Mert ve Mine aynı hızla çalışarak bir duvarı 10 günde boyamaktadır. Aralarına aynı hızda çalışan 3 kişi daha katıldığında aynı duvar kaç günde boyanır?". Verilmeyen değeri bulma tipindeki bu problemde öğrenciden ters orantı kurarak problemi çözmesi beklenmektedir.

Şekil 5.

Ö9'un 7. Problem İçin Yaptığı Çözüm

$$\begin{array}{cc} 2 & 10 \\ 5 & x \end{array}$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{50}{2}$$

$$x = 25$$

Şekil 5'deki çözüm için yapılan görüşmeden kesitler aşağıdadır.

Ö9 : 2 kişi 1 duvarı 10 günde boyamaktaymış. Yine aynı hızda boyayan 3 kişi daha aralarına katılacak. Doğru orantıyla 2 kişi 10 günde çözüyorsa 3 kişi daha katılınca 5 kişi oluyor. 5 kişide oradan doğru orantı ile bulabiliriz. Şöyle 2 kişi 10 günde yapıyor. 3 kişi daha geldiğinde 5 kişi oluyor. Buna da x desek (orantıdaki 5 kişinin boyayacağı gün sayısından bahsediyor). $2x = 50$ oluyor. 2'ye böldüğümüzde x eşittir 25.

A : Neden doğru orantı ile bulabiliriz?

Ö9 : Çünkü hocam kişi sayısı artıyor burada. Kişi arttıkça mecburen gün de artacak. Mesela bir masada ne kadar çok kişi yemek yerse o masada o kadar ekmek sayısı da artmalı.

A : Ama bizim sorumuzda ekmek sayımız sabit.

Ö9 : Yanlış...(düşünüyor). Peki o zaman, doğru orantı yerine ters orantı kullanarak yapsak doğru olurdu. Karıştı.

Ö : Peki neden ters orantı kullanman gerektiğini düşündün?

Ö9 : Orantıyı karıştırmışım. Ben sanki kişi artarsa gün sayısı da artmalı gibi düşündüm. Ama burada iş yapıldığı için ne kadar çok insan o kadar çabuk iş biter.

Öğrencinin çözümünde veri ihmali stratejisini kullandığı için hatalı çözüm yaptığı düşünülmektedir. Yapılan çözüme bakılarak öğrencinin sadece kişi sayısındaki artışa odaklandığı, zamanın kişi sayısına göre nasıl değişeceğini ihmal ettiği düşünülmektedir. Öğrencinin "Çünkü hocam kişi sayısı artıyor burada. Kişi arttıkça mecburen gün de artacak." yorumu sadece kişi artışına odaklandığı bulgusunu destekler niteliktedir. Öğrencinin ek olarak problem için uygun olan orantı türünü seçmekte de zorlandığı görülmüştür. Öğrenciye çözümünde neden doğru orantıyı tercih ettiği sorulduğunda kendisi de hatalı orantı türünü kullandığını kabul etmiştir. Buna dayanarak öğrencinin doğru orantılı çoklukların eş oranlı artış gerektirdiğini bildiği ancak bu bilgisini problem durumuna aktarırken hata yaptığı düşünülmektedir. Taksonomi açısından Ö9 kodlu öğrenci problemdeki kişi bilgisini doğru belirlemiş ancak orantı türünü yanlış seçmiştir. problemde kişi sayısının artması öğrenci tarafından işin yapılması için daha çok zaman gerekmesi olarak yorumlanmıştır. Öğrencinin hatalı çözüm yapma nedeninin doğru orantı kullanması gerektiğini düşünmesinden kaynaklandığı gözlenmiştir. Bu gösterge fiilleri rubrikte "ilişkisel yapı" seviyesine karşılık gelmektedir.

Duygusal Cevap Verme Stratejisine Yönelik Bulgular

Öğrencilerin kişisel deneyimleri ve gerçek yaşam tecrübelerinden yola çıkarak, matematiksel bilgi ve çözüm süreçlerden yoksun bir şekilde gerçekleştirdikleri çözümler 'duygusal cevap verme' stratejisi olarak sınıflandırılmaktadır. Bu hata türünde öğrencilerin kişisel düşüncelerinin problem durumuna ait gerekliliklerin önüne geçtiği görülmektedir.

Çalışma grubundaki 10 öğrencinin duygusal cevap verme stratejisini kullanarak hata yaptıkları problemler ve bu problemlerin SOLO Taksonomisi Rubriğine göre değerlendirmesi Tablo 4.'dedir.

Tablo 4'e göre sadece Ö4, Ö8 ve Ö9 kodlu öğrencilerin bu hatalı stratejiyi çözümlerinde kullandığı görülmüştür. Duygusal cevap verme stratejisinin çalışma içerisinde az kullanılan stratejilerden biri olduğu gözlenmiştir.

Tablo 4.

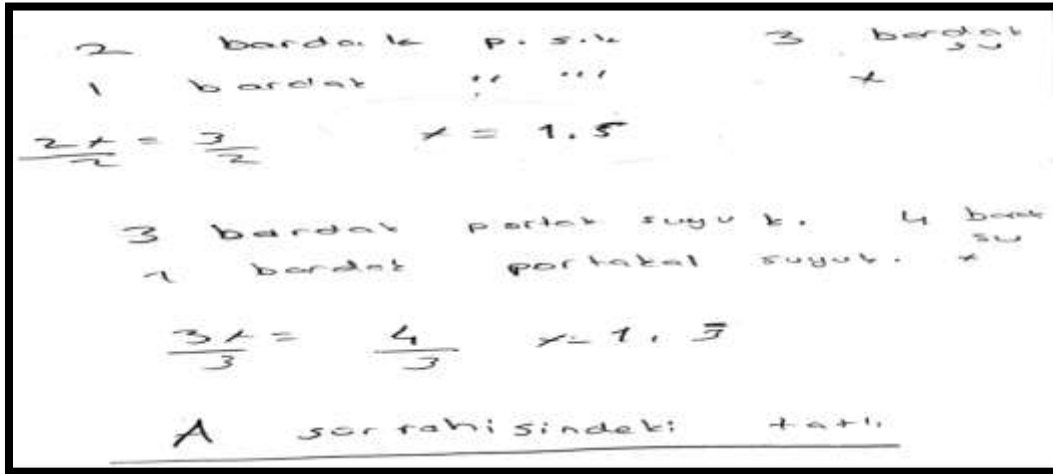
Duygusal Cevap Verme Stratejisi Katılımcı Tablosu

Kullanılan Strateji	Öğrenci Kodu	Problem Numarası	SOLO Seviyesi
Duygusal Cevap Verme Stratejisi	Ö1	-	-
	Ö2	-	-
	Ö3	-	-
	Ö4	10	Tek Yönlü Yapı
	Ö5	-	-
	Ö6	-	-
	Ö7	-	-
	Ö8	10	İlişkisel Yapı
	Ö9	10	İlişkisel Yapı
	Ö10	-	-

Ö8 kodlu öğrencinin 10. probleme (Bkz. Ek-1, Soru 10) ait çözümü Şekil 6.'dadır.

Şekil 6.

Ö8'in 10. Problem için Yaptığı Çözüm



Şekil 6'daki çözüm için yapılan görüşmeden kesitler aşağıdadır:

A : Hangi sürahinin daha tatlı olacağına nasıl karar verdin?

Ö8 : Hocam burada (A sürahisini anlatıyor) 2 bardak portakal suyu konsantresine 3 bardak su konuluyor. 3 bardak portakal suyu konsantresine de 4 bardak su konuluyor. Buradan orantı kurmuştum ben. Hocam bu soruda 2 farklı sürahi var. Bu sürahilerin içerisinde de bardak sayıları farklı iki ayrı karışım var. Ben bu karışımları kıyaslamam gerektiğini biliyorum. Ama kıyaslamak için bir bardak portakal suyuna karşılık gelen su bardaklarının sayısını bulmaya karar verdim. Bu işlemi yaparken orantı kurmam gerekti. Çünkü çok sayıda bardaktan 1 bardak için hesaplama yapmam lazımdı. Bu azalış tadın bozulmaması için aynı oranda olmalıydı. Bardakların aynı oranda azalması için doğru orantı kullanmam gerekir.

A : Devam et.

Ö8 : 2 portakala 3 bardak su (A sürahisi), 3 bardak portakala da 4 bardak su(B sürahisini anlatıyor). 4 bardak konulmuş. Hocam buradan 1 bardağını buldum.

A : Neyin 1 bardağı bu?

Ö8 : Suyun. 2 portakala 3 ise 1 portakala x dedim. $2x=3$ oldu. Ben 2'ye böldüm. $\frac{3}{2}$ oldu (A sürahisinde 1 bardak portakal suyu konsantresine karşılık gelen su miktarını buldu). Sonra 3 portakala 4 bardaksa (suyu anlatıyor) 1 portakala x dedim. Doğru orantı. $3x=4$ ise x' de $\frac{4}{3}$ oldu. Hayır, $\frac{4}{3}$ oldu.

A : Peki bu işlemlerden sonra sen hangi sürahide oluşan karışımın daha tatlı olacağını düşünüyorsun?

Ö8 : Hocam bunların eşitleyelim paydalarını. Şunu (A için) 3 ile şunu da (B için) 2 ile. $\frac{9}{6}$ A sürahisi) yani 1,5 ve $\frac{8}{6}$ (B sürahisi) bu da 1,3 devirli oluyor. Bu (A sürahisi) daha tatlı oluyor.

A : Peki burada sürahilere tatlı yani şekerli tadı veren hangisi?

Ö8 : Portakal.

A : Peki biz burada 1 bardak portakalın üzerine ne kadar su eklendiğini bulduk. Daha çok su eklenen mi daha tatlı olur yoksa daha az su eklenen mi?

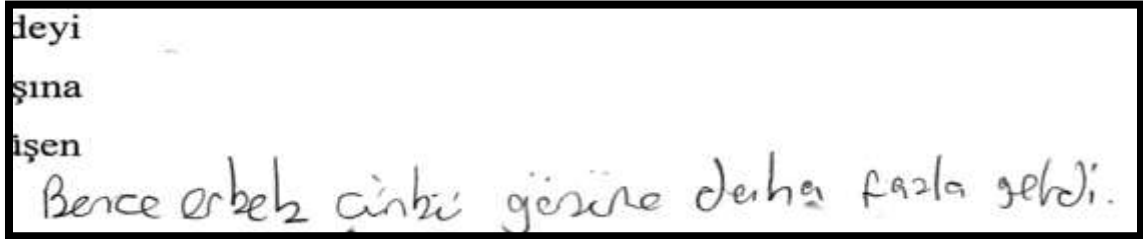
Ö8 : B olacak tabi ki. Evet ya... Ben bunu fark edemedim hocam. Sayısı büyük olunca A sürahisinin, ben onun daha tatlı olacağını sandım. Daha az eklenen olacak. B hocam cevap.

Öğrencinin çözümünde duygusal cevap verme stratejisini kullandığı için hatalı çözüm yaptığı düşünülmektedir. Öğrencinin görüşme süresince başarılı bir şekilde akıl yürüterek gerekli işlemleri yaptığı görülmektedir. Ancak elindeki sayısal verileri yorumlayarak doğru seçimi yapacağı aşamada hesapladığı bardağın su olduğunu düşünmeden sadece sayının büyük olmasını göz önünde bulundurmuş ve büyük sayı daha tatlı olur şeklinde duygusal bir cevaba yönelmiştir. Öğrencinin yaptığı "Sayısı büyük olunca A sürahisinin, ben onun daha tatlı olacağını sandım." yorumu duygusal cevap verme stratejisini kullandığına dair bulguyu desteklemektedir. Taksonomi açısından Ö8 kodlu öğrencinin sonucu hatalı olmasına rağmen çözüm sürecinde orantısal akıl yürütmeyi gerektiren becerilere sahip olduğu gözlenmiştir. Orantı kavramını doğru şekilde kavrayan ve çözümünde neden doğru orantı tercih ettiğini başarılı bir şekilde açıklayan öğrenci son karar aşamasında duygusal cevap verme hatasına düşmüş ve bu nedenle probleme hatalı cevap vermiştir. Bu gösterge fiilleri rubrikte 'ilişkisel yapı' seviyesine karşılık gelmektedir.

Duygusal cevap verme stratejisini kullandığı düşünülen Ö4 kodlu öğrencinin 9 numaralı problem (Bkz. Ek-1, Soru 9) için yaptığı çözüm Şekil 7'dedir.

Şekil 7.

Ö4'ün 9. Problem İçin Yaptığı Çözüm



Şekil 7'deki çözüm için yapılan görüşmeden kesitler aşağıdadır.

A : Bu problemin çözümü için nasıl bir yol izlemek gerekir?

Ö4 : Hocam bir lokantada aynı boyda pide tüketimektedir. 7 kız 3 pideyi paylaşırken 3 erkek de 1 pideyi paylaşmış. Hocam gözüme daha fazla geldi. Erkeklere daha çok düşer.

A : Neden erkeklere daha fazla düşer?

Ö4 : Hocam kızların sayısı fazla. 7 kişiler. Ama erkekler daha az olduğu için ekmeğe daha az sayıya bölünecek.

Öğrencinin çözümünde duygusal cevap verme stratejisini kullanarak hatalı çözüm yaptığı düşünülmektedir. Öğrencinin matematiksel bir çözüm sürecine girmeden sadece kişi sayılarını kıyasladığı ve kişisel tecrübelerinden yola çıkarak kişi sayısındaki azalışın kişi başı düşen pide miktarını artıracak yönünde bir inançla sahip olduğu gözlenmiştir. Öğrenci kızların sahip olduğu pide sayısının daha fazla olmasıyla ilgilenmemiş ve erkek sayısının az olmasını göz önünde bulundurarak erkeklerin daha fazla pide yiyeceğini ifade etmiştir. Öğrencinin "Hocam gözüme daha fazla geldi. Erkeklere daha çok düşer." yorumu duygusal cevap verme stratejisini kullandığı bulgusunu destekler niteliktedir. Taksonomi açısından Ö4 kodlu öğrenci işlem yapmaya çalışmadan öznel değerlendirmesini yazmıştır. Orantı kurması gerektiğini fark edemeyen ve kurmakta zorlanan öğrenci çözümünde hata yapmıştır. Bu gösterge filleri rubrikte 'tek yönlü yapı' seviyesine karşılık gelmektedir.

Sayıları Kullanma ve İçerik Yok Stratejisine Yönelik Bulgular

Sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi öğrencilerin problem durumunda yer alan sayıları kullanmaları gerektiğini fark ettikleri ancak bu sayılar arasında bir mantıksal bir ilişki kuramadıkları durumlarda tercih ettikleri bir yöntemdir. Bu stratejiyi kullanan öğrencilerin özellikle orantısal ilişki durumlarda yapılan çarpma ve bölme işlemi yerine rastgele farklı işlemler yaptığı görülmektedir.

Çalışma grubundaki 10 öğrencinin sayıları kullanma ve içerik yok stratejisini kullanarak hata yaptıkları problemler ve bu problemlerin SOLO Taksonomisi Rubriğine göre değerlendirmesi Tablo 5.'dedir.

Tablo 5.

Sayıları Kullanma ve İçerik Yok Stratejisi Katılımcı Tablosu

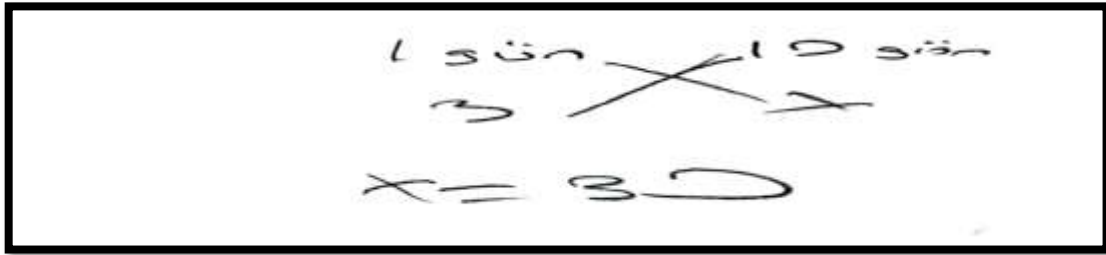
Kullanılan Strateji	Öğrenci Kodu	Problem Numarası	SOLO Seviyesi
Sayıları Kullanma ve İçerik Yok Stratejisi	Ö1		
	Ö2	-	-
	Ö3	7	Tek Yönlü Yapı
	Ö4	7	Tek Yönlü Yapı
	Ö5	15	Tek Yönlü Yapı
	Ö6	-	-
	Ö7		
	Ö8	-	-
	Ö9		
	Ö10	9	Tek Yönlü Yapı

Tablo 5 incelendiğinde sadece Ö3, Ö4, Ö5 ve Ö10 kodlu öğrencilerin bu stratejiyi kullandığı görülmüştür. Sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinin 4 öğrenci tarafından kullanıldığı gözlenmiştir.

Sayıları kullanma ve içerik yok stratejisini kullandığı düşünülen Ö3 kodlu öğrencinin 7 numaralı probleme (Bkz. Ek-1, Soru 7) ait çözümü Şekil 8.'dedir.

Şekil 8.

Ö3'ün 7. Problem İçin Yaptığı Çözüm



Şekil 8'deki çözüm için yapılan görüşmeden kesitler aşağıdadır:

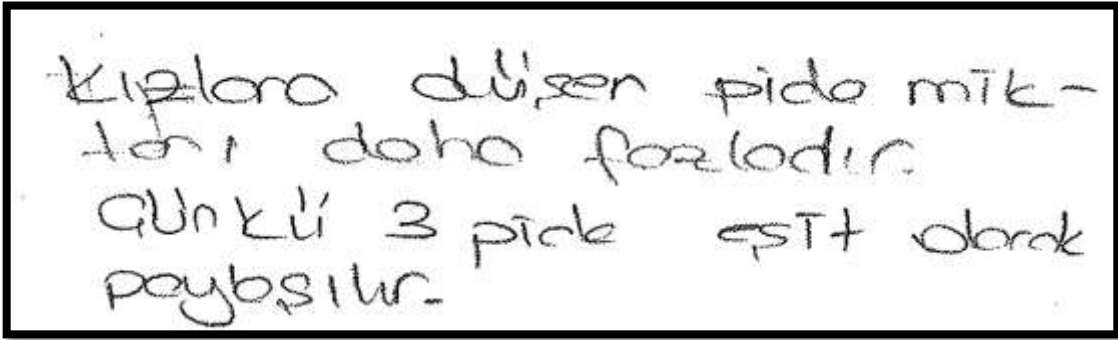
- A : Çözümü nasıl yaptığını anlatabilir misin?
- Ö3 : Mert ile Mine 10 günde bitiriyormuş, buna 3 kişi daha katılıyor. 3 kişi olunca da çok bir günde bitiriyorlar. Mesela 3, 5 o günlerde bitiriyorlar.
- A : Sen bu bilgileri nasıl yorumladın?
- Ö3 : Yani kişi sayısı arttığı için gün sayısı da artmalıdır. 10 günde 2 kişi, x günde ise 3 kişi. Böyle mi?
- A : Sen nasıl düşünüyorsan o şekilde göster bana.
- Ö3 : Kaç kişi boyuyor duvarı? 2 mi? Hayır 3 kişi oldular.
- A : Soruda verilmiş mi kişi sayısı ile ilgili bilgi?

Ö3 : Evet hocam. 3 kişi boyuyor, bu da doğru orantı oluyor. O da eşittir 30 oluyor.

Öğrencinin çözümünde sayıları kullanma ve içerik yok stratejisini kullandığı düşünülmektedir. Öğrencinin yorumları incelendiğinde problemdeki sayıları açıkça fark ettiği görülmektedir. Ancak kişi sayısındaki değişimi doğru olarak kavrayamamıştır. Mert ve Mine'ye 3 kişinin daha katılmasıyla toplam kişi sayısının 5 olması gerekirken öğrenci "Kaç kişi boyuyor duvarı?2 mi? Hayır 3 kişi oldular." yorumuyla toplam kişi sayısını 3 olarak bulduğunu belirtmiştir. Öğrencinin bu yorumu problemdeki sayısal verileri nasıl kullanması gerektiğini anlayamadığı görüşünü desteklemektedir. Öğrencinin "...doğru orantı oluyor. O da eşittir 30 oluyor." yorumuna bakılarak problemde ters orantı kullanması gereken bir durumda doğru orantı kullandığı görülmektedir. Problemi sayısal olarak doğru kavrayamaması ve yanlış işlemler yapması çözümünde sayıları kullanma ve içerik yok stratejisini kullandığına dair bulguyu desteklemektedir. Taksonomi açısından Ö3 kodlu öğrenci problemde verilen kişi bilgisini yanlış olarak yorumlamış ve toplam kişi sayısını 3 kişi olacak şekilde değerlendirmiştir. Problemde verilen gün ve kişi sayısı bilgilerini aralarında ilişkiyi dikkate almadan işlem yapmak için kullanan öğrenci çözümünde hata yapmıştır. Bu gösterge filleri rubrikte 'tek yönlü yapı' seviyesine karşılık gelmektedir.

Şekil 9.

Ö10'un 9. Problem İçin Yaptığı Çözüm



Çözümünde sayıları kullanma ve içerik yok stratejisini kullandığı düşünülen diğer bir öğrenci de Ö10 kodlu öğrenci olmuştur. Bu öğrencinin 9 numaralı probleme (Bkz. Ek-1, Soru 9) ait çözümü Şekil 9.'dadır.

Şekil 9'daki çözüm için yapılan görüşmeden kesitler aşağıdadır:

- A : Cevabını çözüme de yazmışsın ama yeterli bir açıklama yapmamışsın. Bu sorunun çözümü için nasıl bir yol izlemek gerekir?
- Ö10 : Hocam bu soruda kızlara daha fazla pide düşer. Eşit paylaşılınca. Erkekler daha az yerler.
- A : Nasıl buldun?
- Ö10 : Şimdi 3 erkek, 7 kız var. Erkekleri 7'ye arttırsak 4 ekleriz. Şunları (erkeklerin yediği pideyi anlatmak istiyor) da 4 artırırız 5 olur.

A : Peki bu işlemleri neye göre yaptın?

Ö10 : Aynı oranda artırdım erkekleri hocam. Şimdi kızlar ve erkekler 7 kişi oldular.

A : Peki erkekleri 4 artırdın 7 kişi oldular. Pidelere neden 4 artırdın?

Ö10 : Aynı oranda artırmam lazım ya hocam onun için.

Öğrencinin çözümünde sayıları kullanma ve içerik yok stratejisini kullandığı düşünülmektedir. Ö10'un cevap kâğıdına doğru cevabı yazmasına rağmen yeterli açıklamayı yapamadığı görülmüştür. Öğrenci problemde yer alan kişi ve pide sayılarını kullanması gerektiğini anlamış ama çözümünde bu sayıların doğru olarak nasıl kullanılacağını fark edememiştir. Problemde verilen kişi sayılarını eşitleyerek çözüme ulaşmaya çalışan öğrencini bu işlemi yaparken oran kullanacağını "Aynı oranda artırdım erkekleri hocam. Şimdi kızlar ve erkekler 7 kişi oldular" yorumu ile belirtmiştir. Öğrencinin oran kavramını anlayamadığı ve sayılarla dört işlem yaparak oran hesapladığını düşündüğü gözlenmiştir. Bu veriler öğrencinin çözümünde sayıları kullanma ve içerik yok stratejisini kullandığı bulgusunu destekler niteliktedir. Taksonomi açısından Ö10 kodlu öğrenci doğru sonucu çözüme yazan öğrenci, yeterli ve uygun açıklamayı yapamamıştır. Öğrencinin artırma ile oranlamanın aynı şey olduğunu düşündüğü gözlenmiştir. Öğrenci görüşme esnasında pide sayısı az olan grubunun daha az pide yemiş olabileceğini düşünmüştür. Çünkü verilen değerleri sayısal olarak büyüklük ya da küçüklüklerini göz önünde bulundurarak değerlendirmiştir. Bu gösterge fiilleri rubrikte 'tek yönlü yapı' seviyesine karşılık gelmektedir.

Orantısız Olmayan Durumları Belirleyememe Hatasına Yönelik Bulgular

Katılımcılara uygulanan orantısız akıl yürütme testinde yer alan 15 numaralı problemde orantısız ilişki kurmayı gerektiren bir durum bulunmamasına hata yapan öğrencilerin çözümlerinde doğru veya ters orantı kullandıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin orantısız ilişkinin var olup olmadığını incelemeyen orantı varmış gibi yaptıkları çözümler bu başlık altında değerlendirilmiştir.

Çalışma grubundaki 10 öğrencinin orantısız olmayan durumları belirleyememe hatasına düştükleri 15. problem durumu ve bu problemin SOLO Taksonomisi Rubriğine göre değerlendirmesi Tablo 6.'dadır.

Tablo 6.

Orantısız Olmayan Durumları Belirleyememe Hatası Katılımcı Tablosu

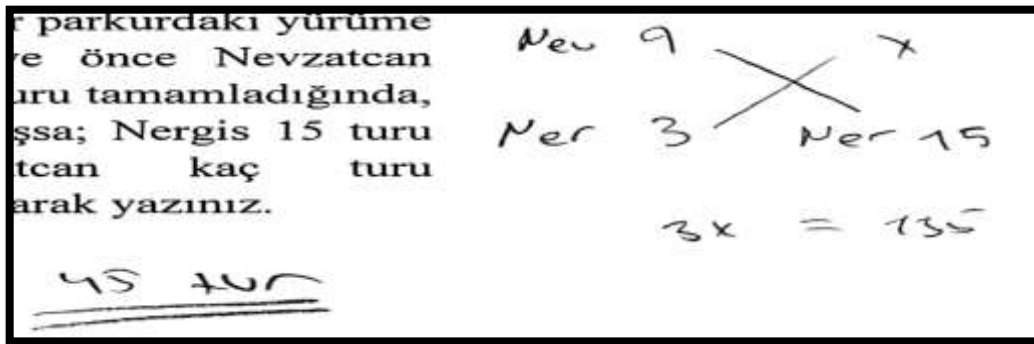
Kullanılan Yöntem	Öğrenci Kodu	Problem Numarası	SOLO Seviyesi
Orantısız Olmayan Durumları Belirleyememe	Ö1	-	-
	Ö2	15	Tek Yönlü Yapı
	Ö3	15	Tek Yönlü Yapı
	Ö4	15	Tek Yönlü Yapı
	Ö5	-	-
	Ö6	15	Çok Yönlü Yapı
	Ö7	15	Çok Yönlü Yapı
	Ö8	-	-
	Ö9	15	Tek Yönlü Yapı
	Ö10	15	Çok Yönlü Yapı

Tablo 6 incelendiğinde Ö1, Ö5 ve Ö8 kodlu öğrencilerin bu stratejiyi çözümlerinde kullanmadıkları görülmüştür. Sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinin özellikle 15. problem durumunda 7 öğrenci tarafından kullanıldığı ve toplamsal ilişki stratejisiyle birlikte çalışma içerisinde en çok kullanılan hatalı çözüm stratejilerden biri olduğu gözlenmiştir.

Çözümünde orantısız olmayan durumu belirleyemediği düşünülen Ö6 kodlu öğrencinin 15 numaralı probleme ait çözümü Şekil 10.'dadır.

Şekil 10.

Ö6'nın 15. Problem İçin Yaptığı Çözüm



Problem 15: "Nevzatcan ile Nergis' in bir parkurdaki yürüme hızları aynıdır. Yürümeye önce Nevzatcan başlamıştır. Nevzatcan 9 turu tamamladığında Nergis 3 turu tamamlamışsa Nergis 15 turu tamamladığında Nevzatcan kaç turu tamamlamış olur? Açıklayarak yazınız." Niteliksel karşılaştırma gerektiren bu problemde öğrencilerin tur sayıları arasında orantısız olmayan ilişkiyi fark etmeleri beklenmektedir. Öğrencinin iki kişi arasında 6 tur mesafe olduğunu fark ederek cevabı $15+6=21$ bulması beklenmektedir.

Şekil 10'daki çözüm için yapılan görüşmeden kesitler aşağıdadır.

A : Bu sorunun ne anlattığını sözel olarak ifade eder misin? 45 tur cevabını nasıl buldun?

Ö6 : Hocam burada şöyle olacak 3'den 15 tura 5 kat artmış. 9 turdan da 5 kat artacak.

A : Nasıl buldun 5 kat artacağını?

Ö6 : Doğru orantı. Biri artıyorsa öbürü de artacak. Öbür türlü olup azalsalar doğru orantı olmaz ters orantı olurdu.

Öğrencinin çözümünde orantısız olmayan durumları belirleyemediği düşünülmektedir. Öğrenciden 45 tur cevabını nasıl bulduğunu açıklaması istendiğinde "...5 kat artacak." yorumunda bulunmuştur. Bu yorum öğrencinin problem durumu toplamsal bir ilişki gerektirmesine rağmen çözümünde orantı kullanması gerektiğine inandığına yönelik araştırma bulgusunu desteklemektedir. Öğrencinin "Doğru orantı. Biri artıyorsa öbürü de artacak. Öbür türlü olup azalsalar doğru orantı olmaz ters orantı olurdu." yorumuna bakılarak doğru ve ters orantıyı tanımlama konusunda güçlük çekmediği söylenebilir. Ancak çözüm için gerekli olan toplamsal ilişkiyi fark edemeyen öğrencinin orantısız olmayan durumu belirleyememe hatasına düştüğü söylenebilir. Taksonomi açısından Ö6 kodlu öğrenci tur sayılarını kıyaslamaya çalışmıştır. Ancak tur sayılarının arasındaki farkı bulmak yerine onlar arasında doğru orantı olduğunu düşünmüş ve tur sayılarını oranlamaya çalışmıştır. Bu gösterge fiilleri rubrikte 'çok yönlü yapı' seviyesine karşılık gelmektedir.

Çözümünde benzer hata yaptığı düşünülen diğer bir öğrenci de Ö7 kodlu öğrenci olmuştur. Bu öğrencinin 15 numaralı probleme (Bkz. Ek-1, Soru 15) ait çözümü Şekil 11.'dedir.

Şekil 11.

Ö7'nin 15. Problem İçin Yaptığı Çözüm

9 — 15 Nevzat 45
3 — x tur tamam lamış
135 = 3x olur.
x = 45

Şekil 11'deki çözüm için yapılan görüşmeden kesitler aşağıdadır.

A : Bu sorunun ne anlattığını sözel olarak ifade eder misin?

Ö7 : Nevzatcan 9 tur yapmış, Nergis 15 tur yapmış. Ama Nevzatcan en son ne yapmış onu soruyor. Ben ters orantı kullandım burada.

A : Neden ters orantı kullandın?

- Ö7 : x' i bulmak için yaptım.
A : Neden x' i bulmak için ters orantı kullandın?
Ö7 : Daha küçük çıkar çünkü. Tur sayısı. Çok küçük çıkardı.
A : Cevabın küçük ya da büyük olması neden önemli senin için?
Ö7 : Eğer x küçük çıkarsa Nevzat zaten başlangıçta 9 tur atmıştı. Doğru orantı yapsam 5 tur çıkacaktı sonuç. Bu çocuk zaten 9 tur yapmış daha da yürüyünce nasıl 5 tur gelsin cevap?

Öğrencinin çözümünde toplamsal ilişki yerine çarpımsal (orantısal) ilişki kurarak hatalı akıl yürüttüğü düşünülmektedir. Öğrenci görüşme esnasında çözümünde ters orantı kullandığını belirtmiştir. Bu açıklama öğrencinin orantısal olmayan durumu fark edemediğini açıkça göstermektedir. Öğrenciye 45 tur cevabına nasıl ulaştığı sorulduğunda "Ters orantı yaptım." yorumunu yapmıştır. Yorumu bakıldığında öğrencinin orantı gerekip gerekmediğini düşünmeden işlem yaptığı ve matematiksel bir çelişkidenden kaçınmak için ters orantı seçtiği görülmektedir. Orantı kurmaya odaklanan öğrencinin tur sayıları arasındaki toplamsal ilişkiyi fark edememesi nedeniyle hatalı çözüm yaptığı düşünülmektedir. Taksonomi açısından Ö7 kodlu öğrencinin hatalı çözüm yapma nedeninin tur sayıları arasında doğru veya ters orantı olması gerektiğine inanması olduğu düşünülmektedir. Bu gösterge fiilleri rubrikte 'çok yönlü yapı' seviyesine karşılık gelmektedir.

Çalışma sonunda 10 öğrenci tarafından kullanılan stratejilere ait frekans tablosu Tablo 7'deki gibi olmuştur.

Tablo 7.

Strateji Kullanımı Frekans Tablosu

Kullanılan Strateji	Öğrenci Sayısı (10 kişi içerisinde)
Toplamsal İlişki	9
Orantısal Olmayan Durumları Belirleyememe	7
Veri İhmali	5
Sayıları Kullanma ve İçerik Yok	4
Duygusal Cevap Verme	3

Tablo 7 incelendiğinde tüm çalışma boyunca en çok toplamsal ilişki stratejisinin kullanıldığı ve onu yakın bir sayı ile orantısal olmayan durumları belirleyememe hatasının izlediği görülmüştür. Öğrencilerin yaklaşık olarak yarısının veri ihmali ile sayıları kullanma içerik yok hatasına düştükleri görülmüştür. En az karşılaşılan hatalı çözüm stratejisinin ise duygusal cevap verme olduğu belirlenmiştir.

Sonuç ve Tartışma

Bu araştırma öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerisi gerektiren problemleri çözerken yaptıkları hatalı çözüm stratejilerini belirlemek ve bu hatalı çözümleri kategorize ederek SOLO Taksonomisine uygun olarak sınıflandırmayı amaçlamıştır. Çalışmadan elde edilen sonuçlar öğrencilerin orantı kurmada zorluk yaşadıkları ve yaptıkları çözümlerde hataya düştüklerini göstermektedir. Çalışmada öğrencilerin 5 farklı hatalı strateji kullandıkları görülmüştür. Bu stratejiler içerisinde en çok kullanılan hatalı çözüm stratejisi toplamsal ilişki olarak belirlenmiştir. Bu strateji literatürde de öğrencilerin sıklıkla kullandıkları hatalı stratejilerden biri olarak görülmektedir (Atabaş, 2014; Bart vd., 1994; Ben-Chaim vd., 1998; Duatepe vd., 2005; Misailidou ve Williams, 2003; Pakmak, 2014; Pelen, 2014; Wells vd., 2014).

Öğrencilere uygulanan testte yer alan verilmeyen değeri bulma ve ters orantı kullanılmasını gerektiren 2. ve 7. problem durumlarında öğrencilerin orantısal düşünme becerisi bakımından 1 veya 2 puan aldıkları görülmüştür. Öğrencilerin orantı kullanarak verilmeyen değeri bulması gereken bu soru tiplerinde oldukça düşük puan aldıkları ve orantı kurma sürecinde zorluklar yaşadıkları görülmüştür. Görüşmelere dayanarak öğrencilerin hangi değişkenler arasında orantı kuracaklarını karıştırmalarının, sorunun matematiksel gerekliliklerini anlayamamış olmalarının, özellikle 7. soruda yer alan bilgilerin ters orantı gerektirdiği fark edememiş olmalarının bu puanı almalarında önemli olduğu düşünülmektedir. Benzer şekilde testin 9 ve 10. sorularında yer alan ve niceliksel karşılaştırma gerektiren problem durumlarında da benzer şekilde öğrencilerin 1 veya 2 puan aldıkları görülmüştür. İçerik olarak oldukça yakın matematiksel çözüm süreci içeren bu problemlerde öğrencilerin birim oran kavramını algılamakta zorluk yaşadıkları düşünülmektedir. Örneğin pidelerin kızlar ve erkekler arasında kıyaslanması gereken 9. Soruda öğrenciler sıklıkla toplam kişi sayısı üzerinden işlem yapmaya çalışmışlardır. Ancak öğrencilerin birim kişi sayısı için bu hesaplamayı yapmadıkları veya yapan öğrencilerin de oranları karşılaştırma sürecinde hataya düşmeleri sebebiyle başarısız oldukları görülmüştür. Benzer hatalar portakal suyu hazırlanan 10. soruda da geçerlidir. Öğrencilerin çok büyük bir kısmı bardakların niceliksel özelliklerine odaklanarak bardaklar arasındaki ilişkiyi göz ardı etmiştir. Testin 15. sorusunda yer alan ve öğrencilerin toplamsal karşılaştırma yapmasını gerektiren problemde ise öğrencilerin ağırlıklı olarak 0 puan düzeyinde kaldıkları belirlenmiştir. Soru içerik olarak orantısal bir karşılaştırma içermemesine rağmen öğrencilerin çok büyük bir kısmı soruyu doğru orantı kurarak çözmeye çalışmışlardır. Bunun sebebi olarak soruda yer alan sayısal verilerin artması düşünülebilir. Ortaokul müfredatında doğru orantı kavramı "değişkenlerden birinin artması durumunda diğeri de aynı oranda artmalıdır" olarak açıklanmaktadır. Nergis'in tur sayısının artıyor olması ve yürümeye devam etmeleri sebebiyle Nevzatcan'ın da tur sayısının artıyor olması öğrencileri dolaylı olarak doğru orantı tanımına yönlendirmiş olabilir. Bu nedenle çalışmaya katılan çok büyük bir kısmı doğru orantı kullanarak bu soruyu çözmeye çalışmışlar ancak orantılı olmayan bu durum için yanlış çözüm yapmışlardır. Bu sonuçlar en genel haliyle öğrencilerin orantıyı kavrama ve orantılı bir durumun olup olmadığını fark etme konusunda zorluk yaşadıklarını göstermektedir.

Öğrencilerin orantısal akıl yürütme puanları ve seviyeleri SOLO Taksonomisi seviyeleriyle karşılaştırıldığında uyumlu sonuçlar elde edildiği görülmektedir. Akıl yürütme puanı yüksek olarak kabul edilen öğrencilerin (Ö8 ve Ö9) taksonomi ölçütlerinde en yüksek iki seviye olan ilişkisel yapı ve soyutlanmış yapı seviyelerinde buldukları gözlenmiştir. Bu seviyede bulunan iki öğrencinin cevapları incelendiğinde bu öğrencilerin çoğunlukla orantısal olmayan durumları ayırt etmede zorlandıkları ve cevabı doğru bulmalarına rağmen sorunun gerektirdiği gerçek yaşam durumuna uygun yorum yapamadıkları için hataya düştükleri belirlenmiştir. Orantı çeşitlerini belirlemede sorun yaşamayan bu öğrencilerin orantı kurmada diğer öğrencilere kıyasla daha başarılı oldukları görülmüştür.

Akıl yürütme puanı orta olan öğrencilerin (Ö1, Ö3, Ö6, Ö7) taksonominin de orta düzeyine denk gelen tek yönlü yapı ve çok yönlü yapı seviyelerinde yer aldıkları belirlenmiştir. Bu 4 öğrencinin en düşük puanı aldıkları problem durumları ise 9, 10 ve 15. soruların içerdiği niceliksel-niteliksel karşılaştırma gerektiren, problemler olmuştur. Öğrencilerin karşılaştırma yapmaları gereken bu problem durumlarında sadece tek bir değişkene odaklandıkları gözlenmiştir. Bu değişkenler büyük olan sayıya odaklanmak ya da sadece tek bir kişinin tur sayısına dikkat etmek olarak çözümde kendini göstermiştir.

Akıl yürütme puanı düşük olarak kabul edilen öğrencilerin (Ö2, Ö4, Ö5, Ö10) taksonomi ölçütlerinde de düşük seviyelerde yer aldıkları görülmüştür. Bu dört öğrencinin tamamı 15. problemdeki niteliksel karşılaştırma yapma işleminde düşünme puanında 0 puan ve taksonomi seviyesinde de tek yönlü yapı yani 1 puan seviyesinde yer almışlardır. Genel puan durumlarına ve yapılmış görüşmelere dayanarak bu öğrencilerin doğru ve ters orantılı durumları fark edemedikleri, orantısal olmayan durumları fark edemedikleri ve soruyu iyi anlayamadıkları söylenebilir. Puan düzeyi düştükçe öğrencilerin orantısal akıl yürütme eksikliğinden kaynaklanan hatalarının arttığı gözlenmiştir. Açıklanan bu bulgular Akkuş ve Duatepe' nin (2002), Langrall ve Swafford' un (2000) ve Pittalis, Christou ve Papageorgiou' nun (2003) tanımladıkları orantısal akıl yürütme seviyeleriyle benzerlikler göstermektedir. Şen ve Güler (2017) de çalışmanın bulgularına benzer şekilde, düşük orantısal akıl yürütme düzeyine sahip öğrencilerin, orantılı durumları genel olarak algılayabildiklerini ancak sıklıkla hesaplama hatalarını yaptıklarını ve doğru cevabı veren öğrencilerin nedenlerini açıklamak için uygun ifadeler kullanamadıklarını belirtmişlerdir. SOLO taksonomisi kullanılan ve matematiğin farklı konularında yapılan çalışmalardan elde edilen sonuçlar katılımcıların çoğunluğunun ilişkisel yapı seviyesinin altında kaldığını göstermektedir (Akkaş, 2009; Ardıç vd., 2012; Bağdat, 2013; Çelik, 2007; Göktepe, 2013; Groth ve Bergner, 2006; Lian ve Idris, 2006). Bu yönüyle mevcut çalışmanın bulgularının literatür ile paralellik gösterdiğini söylemek mümkündür.

Bu çalışmanın sonuçlarına göre öğrenciler oran, orantı, doğru orantı ve ters orantı gibi terim ve kavramları anlamakta ve problem çözme sürecinde uygun şekilde kullanmakta zorlanmaktadırlar. Oran ve orantı öğretimi sürecinde öğrencinin hata yapma sebebinin orantısal ilişki gerektiren durumları sorgulamada ve gerekli matematiksel muhakemeleri yapmada zorlanmalarından kaynaklandığı

düşünülmektedir. Literatürde benzer bulgulara sahip çalışmalar görülmüştür (Altaylı, 2012; Debreli, 2011; Gözkaya, 2015; İ. Çetin, 2009; Kurdal, 2016; Koçyiğit-Gürbüz, 2018; Öztürk, 2011).

Mevcut çalışmada öğrencilerin değişkenler arasında orantısal ilişki kurarken çarpımsal ilişki yerine toplamsal ilişkiye eğilim gösterdikleri görülmüştür. Bu nedenle doğru orantı ve ters orantı kavramlarının öğretiminde algoritmik işlemler yerine kavramsal açıklamalara odaklanılmasının gerekli olduğu düşünülmektedir. Orantısal düşünme becerisinin gelişimi için, öğrencinin akıl yürütebileceği, muhakeme içeren ve doğrulama yapabileceği günlük yaşam problemlerinin kullanılması önerilmektedir. Öğrencilerin sorulara verdikleri cevapların yanında düşünme süreçleri de öğretimde oldukça önemlidir. Özellikle ders esnasında öğrencilerden konu veya sorularla ilgili görüşlerini sesli olarak açıklamalarını istemek öğrencilerin nasıl bir düşünme süreci içerisinde olduğunun tespit edilmesi ve olası öğrenme hatalarının önüne geçilebilmesi açısından gerekli olduğu düşünülmektedir. Bu süreçte sorulacak ek sorularla öğrencinin niçin öyle düşündüğünü ve sonuca nasıl ulaştığını ortaya çıkaracak sorular sorulması ve verilen cevapların hep birlikte sorgulanmasının yararlı olacağı düşünülmektedir. Ayrıca problem çözme süreçleri günlük hayat etkinlikleri ile zenginleştirilebilir. Örneğin çalışmada yer alan 15. problemde Nevzatcan' ın tur sayısını 45 bulan bir öğrenciden arkadaşları ile birlikte okul bahçesine çıkararak cevabını soruya uygun olacak şekilde kontrol etmesi istenebilir. Böylece öğrenciler cevabının neden yanlış olduğunu matematiksel olarak anlamasının yanı sıra günlük yaşam problemlerinde yaşamsal gerçekliğe uygun cevap verip vermediğini de kontrol etme olanağı sunulabileceği düşünülmektedir. Çalışmada oran ve orantı problemlerine ait düşünme süreçlerini detaylı olarak analiz edebilmek için SOLO Taksonomisi ve gösterge fiillerinden yararlanılmıştır. Cebirsel düşünme, istatistiksel düşünme, geometrik düşünme gibi farklı matematiksel beceriler için SOLO Taksonomisi kullanılarak da çalışmalar yapılabilir. SOLO Taksonomisi yerine yenilenmiş Bloom Taksonomisi, Fink ve Dettmer Taksonomileri kullanılarak da farklı çalışmalar planlanabilir. Çalışmada SOLO Taksonomisinin özellikle ilişkisel yapı ve çok yönlü yapı gibi yüksek seviyelerinde öğrenci çözümlerinin çok az olduğu görülmüştür. Bu nedenle SOLO Taksonomisi kullanılarak gelecekte yürütülecek çalışmalarda belirtilen taksonomi seviyelerine ait detaylı analizlerin görülebilmesi için daha yüksek sınıf seviyeleri ile çalışmalar yürütülmesi önerilmektedir.

Etik Kurul Onayı: Bu araştırmanın izni alınırken, Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesinin 2017 yılına ait protokolleri takip edilmiştir. Makale birinci yazarın ikinci yazar danışmanlığında tamamladığı yüksek lisans tezinden üretilmiştir. Üniversite protokolü gereği araştırma için gerekli izin Tokat İl Millî Eğitim Müdürlüğü'nden alınmıştır. İlgili yazının sayı numarası 27001677-44-E. 7951860 olup ekte sunulmuştur.

Bilgilendirilmiş Onam: Katılımcılardan bilgilendirilmiş onam alınmıştır.

Hakem değerlendirmesi: Dış hakem değerlendirmesi.

Yazarların Katkısı: Fikir - E.Y.; Tasarım E.Y.; Verilerin Toplanması ve İşlenmesi – M.G.K.; Danışmanlık – E.Y.; Verilerin Analizi ve Yorumu – M.G.K., E.Y.; Alanyazın Taraması – M.G.K.; Yazma – M.G.K., E.Y.; Eleştirel Değerlendirme -Tüm yazarlar.

Çıkar Çatışması: Yazarlar herhangi bir çıkar çatışması beyan etmemiştir.

Finansal Açıklama: Yazarlar bu çalışmanın herhangi bir finansal destek almadığını beyan etmişlerdir.

Kaynaklar

- Akbaş, E. E. (2016). *Meslek yüksekokulu öğrencilerinin bilgisayar destekli ortamda "limit-süreklilik" konusundaki öğrenmelerinin SOLO Taksonomisine göre değerlendirilmesi*. [Yayımlanmamış doktora tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi.
- Akbaş, E. N. (2009). *6- 8. sınıf öğrencilerinin istatistiksel düşüncelerinin incelenmesi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Abant İzzet Baysal Üniversitesi.
- Akkuş, O. & Duatepe, P. A. (2006). Orantısal akıl yürütme becerisi testi ve teste yönelik dereceli puanlama anahtarının geliştirilmesi. *Eurasian Journal of Educational Research*, 25(6), 1-10. https://ejer.com.tr/wp-content/uploads/2021/01/ejer_2006_issue_25.pdf.
- Aladağ, A. (2009). *İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütmeye dayalı sözel problemler ile gerçekçi cevap gerektiren problemleri çözme becerilerinin incelenmesi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Çukurova Üniversitesi.
- Aladağ, A. & Artut, P. D. (2012). Öğrencilerin orantısal akıl yürütme ve gerçekçi problem çözme becerilerinin incelenmesi. *İlköğretim Online*, 11(4), 995-1009. <http://www.ilkogretim-online.org/fulltext/218-1596968152.pdf?1633023246>.
- Alkan, H. & Güzel, E.B. (2005). Öğretmen adaylarında matematiksel düşünmenin gelişimi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 221-236. <http://www.gefad.gazi.edu.tr/tr/download/article-file/77238>.
- Altaylı, D. (2012). *Gerçekçi matematik eğitiminin oran orantı konusunun öğretimi ve orantısal akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesine etkisi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- Ardıç, E. Ö., Yılmaz, B. & Demir, E. (2012). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin merkezi eğilim ve yayılım ölçüleri hakkındaki istatistiksel okuryazarlık düzeylerinin SOLO taksonomisine göre incelenmesi. X. Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulan bildiri. Niğde Üniversitesi, Niğde.
- Arı, A. (2013). Bilişsel alan sınıflamasında yenilenmiş Bloom, SOLO, Fink, Dettmer Taksonomileri ve uluslararası alanda tanınma durumları. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 6(2), 259-290. <https://doi.org/10.12780/UUSBD164>.
- Arslan, Ç. & İlkörücü, Ş. (2017). İlköğretim matematik ve fen bilgisi öğretmen adaylarının matematiksel düşünme düzeyleri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(1), 156-166. <https://doi.org/10.17556/erziefd.310384>.
- Atabaş, Ş. (2014). *An examination of fifth and sixth grade students' proportional reasoning*. [Unpublished Master's Thesis]. Boğaziçi University.
- Avcu, R. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı problemlerindeki çözüm stratejileri üzerine bir araştırma*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Selçuk Üniversitesi.
- Bağdat, O. (2013). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin SOLO Taksonomisi ile incelenmesi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.
- Bağdat, O. & Anapa-Saban, P. (2014). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin SOLO taksonomisi ile incelenmesi. *The Journal of Academic Social Science Studies*, 26(2), 473-496. <http://dx.doi.org/10.9761/JASSS2364>.
- Bart, W., Post, T., Behr, M., & Lesh, R. (1994). A diagnostic analysis of a proportional reasoning test item: An introduction to the properties of a semi-dense item. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 16(3), 1-11. <https://eric.ed.gov/?id=EJ364133>.
- Bayazit, İ. & Kırnap-Dönmez, S. M. (2017). Öğretmen adaylarının problem kurma becerilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren durumlar bağlamında incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 8(1), 130-160. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.303759>.
- Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda matematik öğretimi (5-8. sınıflar)*. Geliştirilmiş İkinci Baskı. Pegem Akademi.
- Ben-Chaim, D., Fey, J., Fitzgerald, W., Benedetto, C., & Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, 36(3), 247-273. <https://link.springer.com/article/10.1023/A:1003235712092>.
- Biggs, J., & Collis, K. (1991). Multimodal learning and the quality of intelligent behaviour. Rowe, H. A. H. (Editör). *Intelligence, reconceptualization and measurement* içinde 57-76, New Jersey: Laurence Erlbaum Associates.
- Biggs, J.B. (1995). *Assumptions underlying new approaches to educational assessment: Implications for Hong Kong*. *Curriculum Forum*, 4(2), 1-22.

- Biggs, J.B., & Collis, K. F. (1982). *Evaluating the quality of learning: the SOLO Taxonomy (structure of the observed learning outcome)*. New York, NY: Academic Press.
- Bilgen, Ö. B. & Doğan, N. (2017). Puanlayıcılar arası güvenilirlik belirleme tekniklerinin karşılaştırılması. *Eğitimde ve Psikolojide Ölçme ve Değerlendirme Dergisi*, 8(1), 63-78. <https://doi.org/10.21031/epod.294847>.
- Bukova, E. (2006). *Öğrencilerin limit kavramını algılamasında ve diğer kavramlarla ilişkilendirilmesinde karşılaştıkları güçlükleri ortadan kaldıracak yeni bir program geliştirme*. [Yayımlanmamış doktora tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- Bukova-Güzel, E. (2008). Yapılandırmacılık ve matematiksel düşünme süreçleri. *Education Sciences*, 3(4), 678-688. <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/185983>.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. Kılıç, A., Özcan, E., Karadeniz, Ş. & Demirel, F. (2010). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Pegem Akademi.
- Cajori, F. (2015). *Matematik tarihi (çev. D. İlalan)*. ODTÜ Yayıncılık No: 25744. (Eserin orijinali 2014'de yayımlandı).
- Cramer, K., & Post T. (1993). Connecting research to teaching proportional reasoning. *Mathematics Teacher*, 86(5), 404-407.
- Cramer, K., Post, T., & Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: research implications. Owens, D. (Editör). *Research ideas for the classroom* içinde 159-178, Macmillan Publishing Company.
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry & research design: Choosing among five approaches* (2. Baskı). SAGE Publications.
- Çelik, A. (2010). *İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile problem kurma becerileri arasındaki ilişki*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Hacettepe Üniversitesi.
- Çelik, A. & Özdemir, E. Y. (2011). *İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile oran-orantı problemi kurma becerileri arasındaki ilişki*. Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30(1), 1-11. <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/114573>.
- Çelik, D. (2007). *Öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin analitik incelenmesi*. [Yayımlanmamış doktora tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi.
- Çetin, B. & İlhan, M. (2016). SOLO taksonomisi. Bingölbalı, E., Arslan, S. ve Zembat, İ. Ö. (Editörler). *Matematik eğitiminde teoriler* içinde 861-879. Pegem Akademi.
- Çetin, H. (2009). *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile denklem çözme başarıları arasındaki ilişki üzerine bir çalışma*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Selçuk Üniversitesi.
- Çetin, İ. (2009). *7. ve 9. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki kavram yanlışları*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Selçuk Üniversitesi.
- Debreli, E. (2011). *The effect of creative drama based instruction on seventh grade students' achievement in ratio and proportion concepts and attitudes toward mathematics*. [Unpublished master's thesis]. Middle East Technical University.
- Duatepe A. & Akkuş-Çıkla O. (2002). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerileri üzerine niteliksel bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 32-40. http://www.efdergi.hacettepe.edu.tr/shw_artcl-947.html.
- Duatepe A., Akkuş-Çıkla O. & Kayhan M. (2005). Orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin soru türlerine göre değişiminin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 73-81. http://www.efdergi.hacettepe.edu.tr/shw_artcl-768.html.
- Ersoy, E. & Başer, N. (2013). Matematiksel düşünme ölçeğinin geliştirilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 21(4), 1471-1486. <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/209980>.
- Fielding-Wells, J., Dole, S., & Makar, K. (2014). Inquiry pedagogy to promote emerging proportional reasoning in primary students. *Mathematics Education Research Journal*, 26(1), 47-77. <https://doi.org/10.1007/s13394-013-0111-6>.
- Göktepe, S. & Özdemir, A. Ş. (2013). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının uzamsal görselleştirme becerilerinin SOLO modeli ile incelenmesi. *Kalem Eğitim ve İnsan Bilimleri Dergisi*, 3(2),91-146. <https://doi.org/10.23863/kalem.2017.26>
- Gözkaya, Ş. (2015). *Gerçekçi matematik eğitimi destekli öğretim yönteminin 7. sınıf oran-orantı konularının öğretiminde öğrenci başarısına ve öğrenmenin kalıcılığına etkisi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Erciyes Üniversitesi.

- Groth, R. E., & Bergner, J.A. (2006) Preservice elementary teachers' conceptual and procedural knowledge of mean, median, and mode. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(1), 37-63. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0801_3.
- Kaplan, A. & Öztürk, M. (2012). The effect of computer based instruction method on instruction of ratio- proportion and development of proportional reasoning. *Energy Education Science and Technology Part B-social And Educational Studie*, 4(3), 1663- 1672. https://www.researchgate.net/publication/273136193_The_effect_of_computer_based_instruction_method_on_instruction_of_ratio-proportion_and_development_of_proportional_reasoning.
- Kaplan, A., İşleyen, T. & Öztürk, M. (2011). 6. sınıf oran orantı konusundaki kavram yanlışları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 19(3), 953-968. <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/817410>.
- Karakoca, A. (2011). *Altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözmede matematiksel düşünmeyi kullanma durumları*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.
- Kayhan, M. (2005). *6. ve 7. sınıf öğrencilerinin oran-orantı konusuna yönelik çözüm stratejilerinin; sınıf düzeyine, cinsiyete ve soru tipine göre değişiminin incelenmesi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Hacettepe Üniversitesi.
- Koçyiğit Ş. & Moralı H. (2020). Matematik öğretmen adaylarının soyut matematik dersindeki bilgilerinin MATH taksonomi çerçevesinde analizi. *PESA Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 6(2), 141-161. <https://doi.org/10.25272/j.2149-8385.2020.6.2.05>.
- Koçyiğit Gürbüz, M. (2018). *Yedinci sınıf öğrencilerinin etkinlik temelli öğrenme yaklaşımı altında oran-orantı kavramlarını oluşturma süreçlerinin incelenmesi: APOS Teorisi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.
- Konyalıhatipoğlu, M. E. (2016). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin analitik ve bütüncül düşünme stillerinin SOLO Taksonomisi ile incelenmesi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi.
- Kurdal, C. (2016). *Dinamik ve etkileşimli matematik öğrenme ortamlarında öğrencilerin kesirler ve oran orantı konusunda yaptığı hatalar ve çözüm önerileri*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Bayburt Üniversitesi.
- Küpçü, A. R. (2008). *Etkinlik temelli öğretim yaklaşımının orantısal akıl yürütmeye dayalı problem çözme başarısına etkisi*. [Yayımlanmamış doktora tezi]. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Küpçü, A. R. & Özdemir, A. Ş. (2012). İlköğretim öğrencilerinin bilişsel stil, cinsiyet ve orantısal düşünme seviyelerine göre orantı ilişkili problem çözme başarıları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 20(2), 451-472. <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/806955>.
- Langrall, C. W., & Swafford, J. (2000). Three balloons for two dollars: Developing proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6(4), 254-261. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/41180939>.
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. Hiebert, J. ve Behr M. (Editörler). *Number concepts and operations in the middle grades* içerisinde 93-118. Reston, Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics.
- Martínez Ortiz, A. (2015). examining students' proportional reasoning strategy levels as evidence of the impact of an integrated LEGO robotics and mathematics learning experience. *Journal of Technology Education*, 26(2), 46-69. <http://doi.org/10.21061/jte.v26i2.a.3>.
- Merriam S. B. (2015). *Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber* (çev. edt. S. Turan). Nobel Yayınları No 349. (Eserin orijinali 2013'de yayımlandı).
- Miles, M., & Huberman, A. (1994). *Qualitative data analysis: an expanded sourcebook*. (2nd ed). Thousand Oaks, Sage.
- Misailidou, C., & Williams, J. (2003). Diagnostic assessment of children's proportional reasoning. *Journal of Mathematical Behavior*, 22(3), 335-368. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(03\)00025-7](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(03)00025-7).
- Musan, M. S. (2012). *Dinamik matematik yazılımı destekli ortamda 8. sınıf öğrencilerinin denklem ve eşitsizlikleri anlama seviyelerinin SOLO Taksonomisine göre incelenmesi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Pamukkale Üniversitesi.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 2020. *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va.: NCTM.

- Özdemir, A. Ş. & Göktepe-Yıldız, S. (2015). the analysis of elementary mathematics preservice teachers' spatial orientation skills with SOLO model. *Eurasian Journal of Educational Research (EJER)*, 61, 217-236. <https://doi.org/10.14689/ejer.2015.61.12>.
- Öztürk, M. (2011). *Bilgisayar destekli öğretim yönteminin oran orantı konusunun öğretiminde akademik başarıya etkisi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- Pakmak, S. G. (2014). *6. sınıf öğrencilerinin niceliksel ve niteliksel orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümündeki anlayışlarının incelenmesi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Pamukkale Üniversitesi.
- Patton, M. Q. (2014). *Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri* (çev. edt. M. Bütün ve S. B. Demir). Pegem Akademi No: 14749. (Eserin orijinali 2014'de yayımlandı).
- Pelen, M. S. (2014). *6. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin problemlerin sınıflanması ve sayısal yapılarına göre incelenmesi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Çukurova Üniversitesi.
- Pittalis, M., Christou, C., & Papageorgiou, E. (2003). *Students' ability in solving proportional problems*. Proceedings of the 3rd European Research Conference in Mathematics Education: Bellaria: Italy, 3.
- Rider, R.L. (2004). *The effect of multi-representational methods on students' knowledge of function concepts in developmental college mathematics*. [Unpublished doctoral dissertation]. North Carolina State University.
- Subaşı, M. & Okumuş, K. (2017). Bir araştırma yöntemi olarak durum çalışması. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 21(2), 419-426. <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/474049>.
- Şen, C., & Güler, G. (2017). Effect of strategy teaching for the solution of ratio problems on students' proportional reasoning skills. *Malaysian Online Journal of Educational Sciences*, 5(2), 1-15. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1142503.pdf>.
- Tanrıoğen, A. (Editör) (2012). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. İkinci Baskı. Anı Yayıncılık.
- Toluk Uçar, Z. & Bozkuş, F. (2016). İlkokul ve ortaokul öğrencilerinin orantısal durumları orantısal olmayan durumlardan ayırt edebilme becerileri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(3), 281-299. <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/1487457>.
- Tuna, A. (2011). *Trigonometri öğretiminde 5E öğrenme döngüsü modelinin öğrencilerin matematiksel düşünme ve akademik başarılarına etkisi*. [Yayımlanmamış doktora tezi]. Gazi Üniversitesi.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/hunefd/issue/7812/102550>.
- Umay, A. & Kaf, Y. (2005). Matematikte kusurlu akıl yürütme üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 188-195. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/hunefd/issue/7808/102434>.
- Ünsal, A. (2009). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin başarı, tutum ve cinsiyet değişkenleri açısından incelenmesi: Bolu ili örneği*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Abant İzzet Baysal Üniversitesi.
- Van de Walle, J.A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2013). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (çev. edt. S. Durmuş). Nobel Yayınları No: 521. (Eserin orijinali 2012'de yayımlandı).
- Wadhwa, S. (2008). *A handbook of teaching and learning*. New Delhi, Sarup and Sons Publishers.
- Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi*. [Yayımlanmamış doktora tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, C. (2015). *Matematiksel düşünme*. Remzi Kitabevi.

Yazarlar

Meltem Gülsüm KARLI, Milli Eğitim Bakanlığı Tokat İl Milli Eğitim Müdürlüğüne bağlı bir devlet okulunda ilköğretim matematik oğretmeni olarak görev yapmaktadır. İlgilendiği başlıca araştırma alanları arasında matematik eğitiminde kavram yanılığları, orantısal düşünme becerisi, STEM, TPACK ve teknoloji destekli matematik eğitimi konuları yer almaktadır.

Esra YILDIZ, İstanbul Medeniyet Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü'nde Dr. Oğretim yesi olarak görev yapmaktadır. Oğretmen eğitimi, teknolojik pedagojik alan bilgisi gelişimi, istatistik ve geometri oğretimi ve teknoloji destekli matematik eğitimi alanlarında bilimsel çalışmalar yürütmektedir.

İletişim

Meltem Gülsüm KARLI, Tokat İl Milli Eğitim Müdürlüğü, Artova/Tokat/Türkiye

E-posta: meltemgulsumkarli@gmail.com

Dr. Oğr. . Esra YILDIZ
İstanbul Medeniyet Üniversitesi
Cevizli Yerleşkesi, İstanbul

E-posta: esra.yildiz@medeniyet.edu.tr