

# Cebirsel Kesirli İfadeleri İçeren Denklemlere Problem Kurarken Öğrenciler Tarafından Yapılan Hatalar\*

Mehtap TAŞTEPE\*\* Hüseyin Bahadır YANIK\*\*\*

## Atıf için:

Taştepe, M. ve Yanık, H., B., (2023). Cebirsel kesirli ifadeleri içeren denklemlere problem kurarken öğrenciler tarafından yapılan hatalar. *Journal of Qualitative Research in Education*, 33, 132-149. doi: 10.14689/enad.33.1592

**Öz:** Kavramsal ve işlemsel bilgi, geçmişten beri matematiğin en çok tartışılan konularından biri olmuştur. Bu çalışmada cebirsel kesirli ifadeler içeren denklemler için problem oluşturma sürecinde yapılan hatalar, 9. sınıf öğrencilerinin bu tür ifadelerle ilgili kavramsal bilgilerindeki hataları belirlemek amacıyla incelenmiştir. Araştırmada bütüncül çoklu durum deseni kullanılmış ve elde edilen veriler içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Sonuçlar, öğrencilerin en çok bölüm anlamında hata yaptıklarını ve parça bütün anlamında herhangi bir hata yapmadıklarını göstermektedir. Problem kurmada yapılan hata türlerinin bir kısmı kesrin her anlamında ortaya çıkabilirken bir kısmı da kesrin anlamına özgü görülebilmektedir. Kesrin türüne göre hata durumlarında farklılıklar vardır.

**Anahtar Kelimeler:** Cebirsel kesirler, sözel problemler, problem kurma, hatalar

## Makale Hakkında


Gönderim Tarihi:  
30.06.2022  
Düzeltilme Tarihi:  
28.11.2022  
Kabul Tarihi:  
25.12.2022


## Makale Türü

Araştırma

© 2023 ANI Yayıncılık. Tüm hakları saklıdır.

\* Bu çalışma, sorumlu yazarın "İşlemsel ve Kavramsal Bilginin Gelişiminin Cebirsel Kesirleri İçeren Denklemler Bağlamında İncelenmesi" başlıklı doktora tezinden üretilmiştir.

\*\*  Sorumlu Yazar: Sinop Üniversitesi, Türkiye, [mehtap.tastepe@hotmail.com](mailto:mehtap.tastepe@hotmail.com)

\*\*\*  Anadolu Üniversitesi, Türkiye, [hbyanik@yahoo.com](mailto:hbyanik@yahoo.com)

## Giriş

Sayılar ve işlemler matematiğin ayrılmaz bir parçasıdır. Ancak matematik bundan çok daha fazlasıdır. Matematiksel kavramsal anlamayı geliştirmek için, kavramsal bilgiye sahip olmak gerekir (Hiebert & Carpenter, 1992, Star, 2001).

Geçmişte yapılmış bir çok kavramsal bilgi tanımı vardır (Brownell, 1935; Byrnes & Wasik, 2009; Garofalo & Lester, 1985; Greeno, 1978). Crooks ve Alibali (2014) yoğun bir alanyazın çalışması sonucunda kavramsal bilginin mevcut tanımlarını (Bir etki alanı içindeki ilişkiler; Hiebert & Lefevre, 1986), genel ilkeler bilgisi (genel kurallar, gerçekler ve tanımlar; De Jong & Ferguson-Hessler, 1996), prosedürlerin dayandığı ilkelerin bilgisi (ilkelerin temelleri; Pardhan & Mohammad, 2005), kategori bilgisi (bilgiyi organize eden kategoriler; Byrnes, 1992), domain structure knowledge (organization of mathematics; Robinson & Dube, 2009), ve sembol bilgisi (sembol anlamları; Ploger & Hecht, 2009) şeklinde 6 kategoriye ayırmışlardır

Bu çalışma cebirsel kesirli ifadeler içeren denklemler bağlamında öğrencilerin sembol bilgisine odaklanmıştır. Alibali ve diğerleri (2014) denklemlerde sembollerin kavramsal anlamada önemli bir yeri olduğunu ve cebirin sembollerle oluşumunun sembollerini anlamayı (Looking through) içerdiğini ifade etmişlerdir.

Chae (2005) cebirsel gösterimin sözel hikâyeye gösterimine, tablo ile gösterime ya da grafik ile gösterime dönüştürülebileceğini belirtmiştir. Semboller herhangi bir bağlam olmaksızın tek başına vermek yerine bu referanslarla (şema, tablo, sözlü açıklama gibi) ilişkili olarak vermek denklemlerin anlamlı bir şekilde öğrenilmesi için önemlidir. (Alibali et al., 2014; Koppalaa et al., 2019; Panasuk & Beyranvand, 2010).

Bu referanslar sembollerin yorumlanmasında yardımcı olduğu gibi sembollerin birlikte kullanıldığı işlemler de sembollere yüklenen anlamlar açısından önemlidir. Cebirsel kesirler, farklı şekillerde oluşturulabilen, farklı işlemlerde kullanılabilen ve dolayısıyla farklı anlamlara sahip sembolik gösterimlerdir. Örneğin,  $x/y$ ,  $x$  ve  $y$  sayılarının oranını temsil edebilir ve  $x$  bölü  $y$  olarak da temsil edilebilir. Cebirsel kesirlere yüklenen anlamlar, kesirlerin farklı gösterimlerinden ve anlamlarından etkilenebilir.

Kesirler dört farklı şekilde gösterilebilir: sözel, sembolik, nesne ve model (Birgin & Gürbüz, 2009). Sözlü temsil, kesirlerin konuşma dilinde (yedide iki vb.) ifadesi iken, sembolik temsil sayılarla ( $1/2$  gibi) veya simgelerle ( $a/b$  gibi) temsilidir. Nesne temsilleri, somut nesnelere kullanılarak yapılan temsillerdir. Model gösterimleri, bir durumu matematiksel olarak tanımlamak, açıklamak, yorumlamak ve temsil etmek için geliştirilen kavramsal sistemlerdir (Lesh & Doerr, 2003). Kesirlerde kullanılan model temsilleri uzunluk, alan ve kümedir. Matematiksel kavramların farklı temsillerinin kullanılması ve bu temsiller

arasında geçişlerin yapılması kavramsal anlamının sağlanması açısından önemlidir (Bossé, Adu-Gyamfi & Cheetham, 2011)

Cebirsel kesirli denklemlerin daha karmaşık bir yapıya sahip olduğu düşünülmektedir çünkü hem cebirsel semboller hem de kesirler farklı gösterimlere sahiptir. Kesri karmaşıklaştıran şeylerden biri de sahip olduğu anlamlardır (bölüm anlamı, ölçme anlamı, oran anlamı, işlemci anlamı, parça-bütün anlamı). Bölmenin anlamı eşit paylaşım mantığından gelir (Empson, 1995). Ölçme, bir uzunluğu belirlemek ve daha sonra bu uzunluğu başka bir nesnenin uzunluğunu ölçmek için bir araç olarak kullanmak anlamına gelir (Van De Walle, Karp and Bay-Williams, 2012). Oran, iki çokluğun birbirine oranıdır (Acar, 2010). Operatör anlamında rasyonel sayının bir işlemin ana unsuru olduğu durumdur. Örneğin bir vazodaki çiçeklerin  $1/3$ 'ünü bulmanız isteniyorsa burada  $1/3$  rasyonel sayısı bir operatör görevi görmektedir. Oran anlamı, iki niceliğin karşılaştırılmasını içerir (Acar, 2010). Parça-bütün anlamında öğrenciler verilen nesnelere parçalayarak, ortaya çıkan parçaları birim bütüne göre "kesirler" şeklinde ifade etmeyi öğrenirler (Toluk, 2001).

Bu çalışmada 9. sınıf öğrencilerinin cebirsel kesirli denklemlerle ilgili oluşturdukları sözel problemler, öğrencilerin kavramsal hatalarını belirlemek amacıyla incelenmiştir. Öğrencilerin kesirlerde toplama işlemine dair kurdukları problemlerde toplanan ikinci kesri bütünün kalanı üzerinden ifade etme, parça-bütün ilişkisini kuramama, işlem sonucuna doğal sayı anlamı yükleme, birim kargaşası, toplanan kesir sayılarına doğal sayı anlamı yükleme, işlemi soru köküne yansıtamama ve tamsayı kesirlerin tam kısımlarına anlam yükleyememe şeklinde yedi güçlük tespit edilmiştir (Işık & Kar, 2012).

Öğretmen adayları ile yapılan çalışmalarda da benzer durumlarla karşılaşılmıştır (Basturk, 2016; Akçay & Ardiç, 2020). Ayrıca öğretmenler kesirleri öğretirken zorlanmaktadırlar (An, Kulm & Wu, 2004; Izsak, 2008). Aynı durum cebirsel ifadeler için de geçerlidir. Örneğin Işık ve Kar (2012) birinci dereceden bir ve iki bilinmeyenli denklemlerle ilgili öğretmen adaylarının kurdukları problemleri incelemişler ve öğretmen adaylarının matematiksel gösterimleri yanlış çevirme, bilinmeyenlere gerçek dışı değerler atama ve denklem yapılarını değiştirerek problemler oluşturma gibi hatalar yaptıklarını bulmuşlardır.

Bu çalışmada cebirsel kesirler ile denklemlerin sembolik gösteriminin sözel gösterimi ele alınmıştır. cebirsel kesirli denklemlerde kavramsal bilgi boyutunda yapılan hataları belirlemek için problem çözme becerisinin bir boyutu olan problem kurma becerisi incelenmiştir. Çünkü çoğu zaman birey bu süreçte kavramsal bilgiyi kullanır (Roth, Jones ve Idol, 1990).

Problem kurma, Gonzales (1994) tarafından Polya'nın problem çözme metodolojisine beşinci adım olarak eklenmiştir. Problem kurma, okul matematiğinde araştırma ve uygulamanın önemli bir parçasıdır ve uzun süredir bilimsel araştırmalarda kritik bir entelektüel etkinlik olarak kabul edilmektedir (Pirie, 2002; Cai, Hwang, Jiang & Silber, 2015). Silver (1994) problem kurmayı ya

yeni problemler ya da sorular yaratmak ya da belirli bir durumu araştırmak için belirli bir problemi yeniden düzenlemek olarak tanımlamıştır. Problem kurma, öğrencilerin kavramsal anlamalarını destekler ve öğretmenlerin öğrencilerin bu kavramdaki eksikliklerini görmelerine yardımcı olur (Ayllón, 2005).

Belirli koşullar altında (bir temsil, gerekli bir bağlam, belirli bir işlem) bir problem formüle etmek gibi problem kurma yöntemleri vardır (Christou, vb., 2005; Stoyanova, 1998). Bu çalışmada yarı yapılandırılmış problem kurma durumu kullanılmıştır. Bu bağlamda öğrencilerin cebirsel kesirli denklemlerle ilgili günlük yaşamla ilgili sözel problemler kurarken yaptıkları hatalar incelenmiştir.

Literatürde kesirler ile ilgili yapılmış birçok çalışma bulunmaktadır (Bunar, 2011; Kavuncu & Yenilmez, 2021), kesirlerde işlemler (BarDüşük & Cates, 2006; Işık & Kar, 2012; Koichu, Harel & Manaster, 2013; Aydoğdu Iskenderoğlu, 2018; Martinez & Blanco, 2021) ve Cebirsel ifadeler (Stephens, 2003; Işık & Kar, 2012; Alibali et al., 2014) sözel bir problem oluşturmak ve bu süreçte yapılan hatalar gibi. Cebirsel kesirli denklemlerle problem kurma üzerine çok az çalışma olmasına rağmen (Taştepe ve Yanık, 2021) bu süreçte yapılan hatalar üzerine bir çalışma yapılmamıştır. Bu doğrultuda bu bağlamdaki eksikliklerin giderilmesine yardımcı olmanın yanı sıra öğrenci eğitimine de katkı sağlayacaktır.

Öğrenciler bir matematik problem, problem durumu veya bir problemin cevabı ile karşılaştıklarında, problem kurmada başarılı olmak için kendilerine her zaman "Ne... değişti?", "Ya eğer...?" ve "Ya ... değilse?" gibi sorular sorarlar (Ghasempour, Bakar & Jahanshahloo, 2013). Ayrıca "Ne ise" veya "Ne değilse" stratejisi (Brown & Walter, 2005), taklit stratejisi (Kojima, Miwa & Matsui, 2009), etkili soru sorma stratejisi (English, 1997) gibi bir takım stratejilere de başvururlar (Ghasempour, Bakar & Jahanshahloo, 2013).

Problem kurma, okul matematiğindeki araştırma ve uygulamanın önemli bir parçasıdır ve bilimsel araştırmalarda uzun süredir kritik bir entelektüel etkinlik olarak kabul edilmektedir (Cai, Hwang, Jiang & Silber, 2015). Bu çalışmanın amacı, 9. sınıf öğrencilerinin cebirsel kesirli denklemlerle ilgili problem kurarken yaptıkları hataları belirlemektir.

## Yöntem

9. sınıf öğrencilerinin cebirsel kesirli denklemlerle ilgili problem kurarken yaptıkları hataları belirlemek için bütüncül çoklu durum deseni kullanılmıştır. Bu desende birden fazla durum vardır, her durum bütüncül olarak incelenir ve birbiriyle karşılaştırılır (Yin, 2018). Bu araştırmada hem kesrin farklı anlamları bağlamında (parça anlamı, işlemci anlamı, parça-bütün anlamı, oran anlamı, ölçme anlamı) hem de farklı cebirsel kesirleri içeren denklemler bağlamında (pay cebirsel payda numerik (PcPdn)), pay numerik payda cebirsel (PnPdc)

ve pay ve payda cebirsel (PcPdc)) tartışılmıştır. Her durum, problem kurmada kullanılan stratejiler açısından incelenmiş ve karşılaştırılmıştır.

## Katılımcılar

Öncelikle cebirsel ifadeler içeren denklemlere problem yazma konusunda alt ve orta düzeydeki katılımcıları tespit edebilmek için Türkiye'nin kuzeyindeki küçük bir şehirde öğrenim gören 240 dokuzuncu sınıf öğrencisine 6 açık uçlu sorudan oluşan ön değerlendirme soruları uygulanmıştır. Öncelikle problem kurma testinde en az 4 problemi doğru ya da yanlış yazabilen katılımcılar belirlenerek ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Daha sonra kolayda örnekleme kullanılmış ve bu testten üç düşük puan (bir problem yazma) ve bir orta puan (iki yazma) alan dört gönüllü dokuzuncu sınıf öğrencisi seçilmiştir. Tablo 1 ön testte denklem türlerine ilişkin (pay cebirsel payda numerik (PcPdn), pay numerik, payda cebirsel (PnPdc), pay ve payda cebirsel (PcPdc)) öğrenciler tarafında yazılan problemlerin doğru-yanlış veya eksik olup olmadığını ve frekanslarını göstermektedir.

**Tablo 1.**

*Katılımcıların Problem Kurma Görevini Tamamlamalarına İlişkin Bilgiler*

| Cebirsel ifade türü | Soru sayısı | Katılımcı 1 (K1)            | Katılımcı 2 (K2) | Katılımcı 3 (K3)       | Katılımcı 4 (K4)  |
|---------------------|-------------|-----------------------------|------------------|------------------------|-------------------|
| PcPdn               | 3 soru      | 1Doğru<br>1Eksik<br>1Yanlış | 2Doğru<br>-      | 2Doğru<br>-            | 1Doğru<br>-       |
| PnPdc               | 2 soru      | -                           | 1Yanlış<br>-     | 1Yanlış<br>-           | 1Yanlış<br>1Eksik |
| PcPdn               | 1 soru      | -                           | -                | 2Yanlış<br>1Eksik<br>- | 1Yanlış<br>-      |
| Puan düzeyi         |             | Düşük                       | Orta             | Düşük                  | Orta              |

Tablo 1'de katılımcıların problem testini tamamlama oranlarının %16 ile %33 arasında değiştiği görülmektedir. PcPdn için problem kurmayı tamamlama oranı %66, PnPdc için %0, için PcPdc %0'dır. Bu bilgiler kapsamında çalışma grubu normal çeşitlilik örneklemesini içermektedir.

## Veri Toplama Araçları

Problem kurma testi 29 sorudan oluşmaktadır (13 sorupayı cebirsel paydası numerik, 8 soru payı numerik paydası Cebirsel ve 8 soru payı ve paydası Cebirsel). Problem kurma testi, kesir türüne göre birer hafta arayla 3 farklı

oturumda uygulanmıştır. Öğrencilerden verilen Cebirsel kesirli ifadedeki veriler doğrultusunda günlük hayatla ilgili sözel problemler kurmaları istenmiştir.

Problem kurma testi, kesir türüne göre birer hafta arayla 3 farklı oturumda uygulanmıştır. Öğrencilerden verilen Cebirsel kesirli ifadedeki veriler doğrultusunda günlük hayatla ilgili sözel problemler kurmaları istenmiştir.

Bu çalışmada sesli düşünme protokolü ve araştırmacılar tarafından geliştirilen sekiz ana soru ve çeşitli yan sorulardan oluşan yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılmıştır. Sesli düşünme protokolü, bireylerin bir görevi yerine getirmeleri ve görev performansı sırasında akıllarından geçen her şeyi sözlü olarak ifade etmeleridir (Jääskeläinen, 2010).

## **Veri Analizi**

Elde edilen veriler içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. "İçerik analizi, görsel ve sözlü veriler gibi çeşitli verilerin içeriğini analiz etme yöntemidir. Olgu veya olayların daha iyi analiz edilebilmesi ve yorumlanabilmesi için tanımlanmış kategorilere indirgenmesini sağlar" (Harwood & Garry, 2003, pp. 479).

Birbirine benzeyen veriler belirli kavramlar (kesirlerin anlamları, kullanılan kesir türleri) ve temalar (yapılan hatalar) çerçevesinde bir araya getirilerek okuyucunun anlayabileceği şekilde düzenlenmiştir.

## **Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği ve Etik**

Bu çalışmada geçerliliği ve güvenilirliği artırmaya yönelik stratejilerden üçgenleme, araştırmacının konumu, maksimum çeşitlilik, veri toplamada yeterli katılım, zengin ve kalın açıklamalar ve denetim izi (Merriam ve Tisdell, 2016) kullanılmıştır. Çeşitleme, elde edilen bulguları doğrulamak için yarı yapılandırılmış görüşmeler, gözlemler ve problem kurma kağıtları ve sesli düşünme protokolü gibi çoklu veri toplama araçları kullanılarak yapılmıştır.

Örnekleme seçiminde maksimum varyasyon stratejisi kullanılmıştır. Bu çalışmada katılımcılar 4 dokuzuncu sınıf öğrencisinden oluşmuştur. Farklı problem kurma düzeyleri vardı ve problem testini tamamlama oranları değişkendi. Araştırmacılarından biri, veri toplama stratejisinde yeterli katılım düzeyi için her katılımcı ile görüşme yaparken iki saat harcadı.

Etik ile ilgili olarak öncelikle öğrenciden, öğrencinin velisinden ve öğretmeninden gerekli izinler alınmıştır. Ayrıca gönüllü öğrenciler çalışmada yer almış ve katılımcıların kimlik bilgileri gizli tutularak K1'den K4'e kadar kodlar verilmiştir. Araştırmanın yapılabilmesi için Milli Eğitim Müdürlüğünden gerekli izinler alınmıştır. Araştırmaya katılan öğrencilere araştırma süreci ve katılımcı hakları hakkında bilgi verilmiş, öğrenci, öğretmen ve öğrenci velilerinden yazılı izin alınmıştır. Görüşmeler kütüphane ve kafe gibi halka açık yerlerde

yapılmıştır. Görüşme kayıtları ve verileri araştırmacılar dışında kimseyle paylaşılmamıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

## Bulgular

Bu çalışmada katılımcılardan verilen farklı Cebirsel kesirli denklemler için problem yazmaları istenmiştir. Tablo 2'de katılımcıların verilen denklemler için sözlü problem yazmaya çalıştıkları (29 denklem için 146 problem), fakat yanlış problemlerde (f=37) yazdıkları görülmektedir. Bu süreçte yapılan hataların frekans ve yüzdeleri Tablo 2'de kesir türü kategorisinde verilmiştir.

**Tablo 2.**

### Kesir Türlerine Göre Yapılan Hatalar

| Kesrin türü            | PcPdn      |       | PnPdc      |       | PcPdc  |       | Total     |       |
|------------------------|------------|-------|------------|-------|--------|-------|-----------|-------|
|                        | f          | %     | f          | %     | f      | %     | f         | %     |
| Sorulan soru sayısı    | 13         | 44,82 | 8          | 27,58 | 8      | 27,58 | 29        | 100   |
| Kurulan problem sayısı | 66         | 45,20 | 37         | 25,34 | 43     | 29,45 | 146       | 100   |
| Doğru                  | 43         | 65,15 | 28         | 75,67 | 34     | 79,06 | 105       | 71,91 |
| Eksik                  | 2          | 3,03  | 1          | 2,70  | 2      | 4,65  | 5         | 3,42  |
| Yanlış                 | 21         | 31,81 | 8          | 21,62 | 7      | 16,27 | 36        | 24,65 |
| Boş                    | 0          |       | 1          |       | 1      |       | 2         |       |
| Yapılan hata türü      | 1 KODD**** | 4,76  | 1 KODD     | 12,50 | 1 KODD | 14,28 | 3 KODD    | 8,33  |
|                        | 14 DD      | 66,66 | 3 DD**     | 37,50 | 5 DD   | 71,42 | 22 DD     | 61,11 |
|                        | 2 SY       | 9,52  | 3 PPdK***  | 37,50 | 1 DA   | 14,28 | 2 SY***** | 5,55  |
|                        | 4 DA*      | 19,04 | 1 MİE***** | 12,50 |        |       | 5 DA      | 13,88 |
|                        |            |       |            |       |        |       | 3 PPdK    | 8,33  |
|                        |            |       |            |       |        |       | 1 MİE     | 2,77  |

DA\*:Değişkenin anlamı, DD\*\*: Denklemi Değiştirme, PPdK\*\*\*: Pay ve Paydayı Karşıtım, KODD\*\*\*\*: Kesirli olmayan bir denklem gibi davranma, MİE\*\*\*\*\*:Matematiksel İçerik Ekleme, SY\*\*\*\*\*: Soru yok

Tablo 2'ye göre cebirsel kesirli ifadeler içeren 29 denkleme katılımcılar 146 sözel problem yazabilmişlerdir. Yazılan sözel problemlerin çoğu doğru olmasına rağmen, yanlış olan ve yarım bırakılan problemler de vardır. Yazılan problemlerde en sık yapılan hataların "denklem değiştirme (DD)" olduğu, diğer hataların ise birbirinden çok daha az olduğu görülmüştür. Farklı cebirsel kesirli ifade türlerini içeren denklemlere göre en çok yapılan hata "denklem

değiştirme (DD)” idi. Payı nümerik paydası cebirsel (PnPdc) kesirli ifadeler içeren denklemlerde “pay ve paydayı karıştırma (PPdK)” hatası en sık karşılaşılan diğer hataydı. En az yapılan hata matematiksel içerik ekleme (MiE) idi. Diğer yaygın hatalar, değişkenin anlamı (DA), kesirli olmayan bir denklem gibi davranmama (KODD) ve soru sormama (SY) şeklindedir. Tablo 3 kesirlerin anlamlarına ve türlerine göre yapılan hataları göstermektedir.

**Tablo 3.**

*Kesirlerin Anlamlarına ve Türlerine göre Yapılan Hatalar*

| Kesrin anlamı         | Kesir türü                      |       |                          |       |              |       | Total                                     |  |
|-----------------------|---------------------------------|-------|--------------------------|-------|--------------|-------|---|--|
|                       | PcPdn                           |       | PnPdc                    |       | PcPdc        |       |   |  |
|                       | f                               | %     | f                        | %     | f            | %     | f   | %                                      |
| <b>Bölüm anlamı</b>   | 47                              | 71,21 | 13                       | 35,13 | 7            | 15,90 | 67  |  |
| Doğru                 | 29                              | 61,70 | 11                       | 84,61 | 6            | 85,71 | 46  | 68,65                                  |
| Eksik                 | 1                               | 2,12  | 1                        | 7,69  | 1            | 14,28 | 3   | 4,47                                   |
| Yanlış                | 17                              | 36,17 | 1                        | 7,69  | 0            | 0     | 18  | 26,86                                  |
| Yapılan hata türü     | 1 KODD<br>12 DD<br>1 SY<br>3 DA |       | 1 PPdK                   |       | -            |       | 1 KODD<br>12 DD<br>1 SY<br>3 DA<br>1 PPdK | 5,55<br>66,66<br>5,55<br>16,66<br>5,55 |
| <b>Ölçme anlamı</b>   | 8                               | 12,12 | 9                        | 27,02 | 14           | 31,81 | 32  |  |
| Doğru                 | 6                               | 75    | 7                        | 77,77 | 7            | 50    | 20  | 62,50                                  |
| Eksik                 | 0                               | 0     | 0                        | 0     | 1            | 7,14  | 1   | 3,12                                   |
| Yanlış                | 2                               | 25    | 2                        | 22,22 | 6            | 42,85 | 10  | 31,25                                  |
| Yapılan hata türü     | 1 DA<br>1 DD                    |       | 1 DD<br>1 MiE            |       | 5 DD<br>1 DA |       | 2 DA<br>7 DD<br>1 MiE                     | 20<br>70<br>10                         |
| <b>Oran anlamı</b>    | 2                               | 3,03  | 13                       | 35,13 | 19           | 43,18 | 34  |  |
| Doğru                 | 1                               | 50    | 8                        | 61,53 | 18           | 94,73 | 27  | 79,41                                  |
| Eksik                 | 1                               | 50    | 0                        | 0     | 0            | 0     | 1   | 2,94                                   |
| Yanlış                | 0                               | 0     | 5                        | 38,46 | 1            | 5,55  | 6   | 17,64                                  |
| Yapılan hata türü     | 0                               | 0     | 1 KODD<br>2 DD<br>2 PPdK | 100   | 1 KODD       | 100   | 2 KODD<br>2 DD<br>2 PPdK                  | 33,33<br>33,33<br>33,33                |
| <b>İşlemci anlamı</b> | 7                               | 10,60 | 0                        | 0     | 0            | 0     | 7   |  |
| Doğru                 | 5                               | 71,42 | 0                        | 0     | 0            | 0     | 5   | 71,42                                  |
| Eksik                 | 0                               | 0     | 0                        | 0     | 0            | 0     | 0   | 0                                      |
| Yanlış                | 2                               | 28,57 | 0                        | 0     | 0            | 0     | 2   | 28,57                                  |



|                           |              |      |   |      |   |      |              |          |
|---------------------------|--------------|------|---|------|---|------|--------------|----------|
| Yapılan hata türü         | 1 DD<br>1 SY | 100  | 0 | 0    | 0 | 0    | 1 DD<br>1 SY | 50<br>50 |
| <b>Parça-bütün anlamı</b> | 2            | 3,03 | 2 | 5,40 | 3 | 6,81 |              |          |
| Doğru                     | 2            | 100  | 2 | 100  | 3 | 100  | 7            | 100      |
| Eksik                     | 0            | 0    | 0 | 0    | 0 | 0    | 0            | 0        |
| Yanlış                    | 0            | 0    | 0 | 0    | 0 | 0    | 0            | 0        |
| Yapılan hata türü         | 0            | 0    | 0 | 0    | 0 | 0    | 0            | 0        |

DA\*:Değişkenin anlamı, DD\*\*: Denklemleri Değiştirme, PPdK\*\*\*: Pay ve Paydayı Karıştıma, KODD\*\*\*\*: Kesirli olmayan bir denklem gibi davranma, MİE\*\*\*\*\*:Matematiksel İçerik Ekleme, SY\*\*\*\*\*: Soru yok

Tablo 3'e göre öğrencilerin en çok bölüm anlamında hata yaptıkları, kesrin parça ve bütün anlamında hiç hata yapmadıkları belirlenmiştir. Bu araştırmanın amacı doğrultusunda, Katılımcı'ların cebirsel kesirler ile denklem problemleri kurarken yaptıkları hatalar, onların kesir anlayışları (bölüm anlamı, ölçü anlamı, oran anlamı, operatör anlamı, parça-bütün anlamı) çerçevesinde incelenmiştir.

## Bölüm anlamı

Elde edilen verilere göre en çok hata (%50) kesrin bölüm anlamında yapılmıştır. Kesrin bu anlamı ile ilgili 5 farklı hata türü vardır. En çok hata yapılan denklemlerin payı cebirsel, paydası numerik olan cebirsel kesirli ifadeleri içeren denklemler olduğu görülmüştür. Nitekim kesrin bölümü konusunda en çok sorun yaşanan kesir türü, payı cebirsel paydası numerik olan cebirsel kesirli ifadeler olmuştur. Kesrin bu anlamı ile ilgili 5 farklı hata türü vardır. Bu kesir türünün bölüm anlamı ile ilgili yazılan problemlerde en çok yapılan hata denklemleri değiştirmek (DD) olmuştur. Bu tür hata, kesrin diğer anlamlarında meydana gelen en yaygın hatalardan biridir. Şekil 1'de kesrin bu anlamında yapılan hata örnekleri bulunmaktadır.

## Şekil 1.

Pay ve Paydayı Karıştırmak (PPdK) Hatası için Sözel Problem Örneği

$$3. \frac{18}{x+4} = 3$$

Ali'nin 18 tane kitaplığı vardı. Ali kitaplarını kitaplığa yerleştiriyor. Sonradan 4 tane daha kitap alıyor ve toplam kitapları kitaplıklara eşit şekilde dağılacak şekilde paylaştığını her kitaplığa 3 kitap olduğuna göre Ali'nin başlangıçta kaç kitabı vardı?

K4, Pay ve Paydayı Karıştırmak (PPdK)

A: Evet. Şimdi 18 neye dedik?

"Ali'nin kitaplık sayısına dedim. X, ilk baştaki kitap sayısı. X+4 de sonradan 4 kitap daha aldığını söyleyerek sağladım. 3 ü de her kitaplıktaki kitap sayısı olarak belirttim."

A: Tamam. Peki, problemimize göre 18 neden pay kısmında, x+4 neden payda kısmında?

"Kitaplığa kitapları paylaşacağım için..."

K4, Pay ve Paydayı Karıştırmak (PPdK), K4 ve Araştırmacı arasındaki sohbet

Payı numerik paydası cebirsel kesirli ifadelerin bulunduğu denklemlerde kesrin sadece bölüm anlamına ilişkin 1 pay ve paydayı karıştırma (PPdK) hatası yapılmıştır. Bu hata sadece bu kesir türünde görülen bir hata türüdür.

## Ölçme Anlamı

Elde edilen verilere göre en çok hata yapılan diğer anlamlardan biri (%27,77) kesrin ölçü anlamıdır. Kesrin bu anlamı ile ilgili 3 farklı hata türü vardır. Hataların çoğu payı ve paydası cebirsel kesirli ifadeleri içeren denklemlerde yapılmıştır. Nitekim kesrin ölçme anlamı ile ilgili problemlerin çoğu (%43,75) bu kesir türünü içeren cebirsel kesirli denklemlerde yazılmıştır.

Kesrin ölçme anlamı ile ilgili en yaygın hata, kesrin bölüm anlamına benzer şekilde denklemi (CE) değiştirmek olmuştur. Değişkenin anlamı (DA), sadece kesrin ölçme anlamı açısından ortaya çıkan bir diğer hata türüdür. Şekil 2 ve Şekil 3'te kesrin bu anlamda yapılan hata örnekleri bulunmaktadır.

### Şekil 2.

Yanlış Olan Sözel Problemlere Örnekler

$$4. \frac{3(x+2)}{5} = 3$$

Kalem<sup>x</sup>lerimin 2 fazlasının 3 katı kadar  
kalem tanesi 5 liradan 3 tane aldım  
Kaç kalemim vardır?

K3, Değişkenin Anlamı (DA)

Örneğin P3; paylaşım kısmında para yerine eşya sayısı olarak ifade edilmiş ve paraya bölünerek eşya sayısı bulunmaya çalışılmıştır. Değişkene verdiği anlamı düzenleyemedi. Ancak kaç kalem aldığını paraya bölerek ölçmeye çalıştığı için problemde kesir anlamını kullanmıştır.

### Şekil 3.

Yanlış Olan Sözel Problemlere Örnekler

2.  $\frac{120}{30} = 4$

Bir tarla sahibi 120 dönümlük tarlasını biçirecektir. Tarlasını biçmeye başladikten bir kaç gün sonra etindeki işçilerin 3 tanesini işçi çalıştırma başlıyor. Tarlasını 2 hafta sürdüğüne göre ilk başta tarlada kaç işçi çalışmaktaydı?

K2, Matematiksel İçerik Ekleme (MİE)

Matematiksel içerik eklemek (MİE) sadece kesrin ölçme anlamında oluşan bir hata türü olarak belirlenmiştir. K2; probleminde tarlayı işçilerin iş miktarına göre bölerek tarlanın 2 haftada sürüldüğünü ifade etmeye çalışmış ve kesrin ölçme anlamını kullanmayı düşünmüştür. Ancak birkaç gün ifadesini kullanarak farklı bir matematiksel içerik eklemiştir.

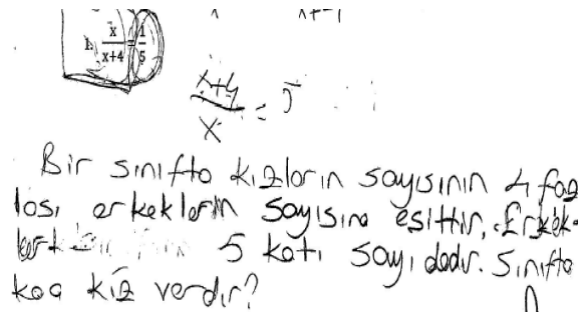
## Oran Anlamı

Oran anlamı hataya sahip (16,66%) kesrin diğer anlamlarından biri olmuştur. Kesrin bu anlamı ile ilgili 3 farklı hata türü vardır. Kesrin bu anlamı ile ilgili en fazla problem hem payı hem de paydası cebirsel olan (%55,88) kesirli ifadeleri içeren denklemlerdir. Öte yandan, en fazla hata payı (%83,33) payı numerik, paydası cebirsel olan cebirsel kesirli ifadeleri içeren denklemlere yazılan problemlerde görülmüştür.

Kesrin bu anlamı ile ilgili 3 farklı hata türü vardır. Özellikle kesirli olmayan denklem gibi davranma (KODD), kesrin oran ve bölüm anlamında oluşan bir hata türü haline gelmiştir.

## Şekil 4.

Yanlış Olan Sözel Problemlere Örnekler



Bir sınıfta kızların sayısının 4 fark-  
lısı erkeklerin sayısına eşittir. Erkek-  
lerin sayısının 5 katı sayıdadır. Sınıfta  
kaç kız vardır?

P3, Don't act like a non-fractional equation

K3 probleminde kesrin oran anlamını kullanmış ancak kesri vurgulayamamıştır. Yazdığı problem " $x+4 = 5x$ " cebirsel ifadesini karşılamaktadır.

### Şekil 5.

Yanlış Olan Sözel Problemlere Örnekler

$$2. \frac{120}{3x} = 2$$

Bir araç 20 km/h hızla 2 kilometrelik bir yolu gitmekte  
Araç 2 kilometrelik yolu  $3x$  saatte gittiğine göre  $x$  kaçtır?

K4, Denklemi Değişirme (DD) and Payı ve Paydayı Karıştırma (PPdK)

Denklemleri değiştirme (DD) hatası da oran anlamındaki hatalardan biri olmuştur. P4 probleminde uzaklık ve hızı birbirine oranlayarak zamanı ifade etmiş ve kesrin oran anlamını kullanmıştır. Ancak P4'ün kurduğu problemde önce kesrin paydasında 2'yi ve denklemin karşı tarafında  $3x$ 'i ifade ederek denklemi değiştirmiştir. Öte yandan hız, uzaklık ve zaman birimlerini karıştırarak pay ve paydayı karıştırmış, pay ve paydayı karıştırma (PPdK) hatasına düşmüştür.

### İşlemci Anlamı

İşlemci anlamında hata (%5,55) yapılan kesrin diğer anlamlarından biri olmuştur. Bu anlam yalnızca payı cebirsel paydası numerik cebirsel ifadeleri içeren denklemlerde kullanılmıştır. Kesrin bu anlamı ile ilgili 2 farklı hata türü vardır. Kesrin operatörü anlamında Denklemi Değişirme (DD) ve Soru Yok (SY) hataları meydana gelmiştir. Şekil 6'da kesrin bu anlamda yapılan hata örnekleri yer almaktadır.

### Şekil 6.

Soru Yok (SY) Hatası Olan Bir Sözel Problem Örneği

$$1. \frac{x}{3} = 2$$

Bir ağaç her yıl kendi boyunun  $\frac{1}{3}$ 'ü kadar  
yeni  $2$  cm kadar uzamaktadır. Ağaç bir yılda  
kaç cm uzar?

K4, Soru Yok (SY)

K4 yazdığı problemde ağacın kendi boyunun  $1/3$ 'ü kadar büyüdüğünü belirtmiş ve kesrin işlemci anlamını kullanmıştır. Ancak sorunun cevabını da yazmış. Bu nedenle problemde soru olmadığı düşünülmektedir.

### Parça-Bütün Anlamı

Kesrin parça-bütün anlamı ile ilgili yazılan sözel problemlerde herhangi bir hataya rastlanmamıştır.

### Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada dört ana sonuca ulaşılmıştır. Bunlardan ilki öğrencilerin cebirsel kesirli ifadeler içeren denklemlere problem kurarken hata yapmalarındır. Nitekim Öksüz (2004), kesirlerden cebirsel kesre geçişin karmaşık bir süreç olduğunu ve pek çok kavram yanılgısı ve yanlış anlamının bu geçişi zorlaştırdığını belirtmiştir (Öksüz, 2004).

Araştırmanın ikinci sonucu ise öğrencilerin en çok bölüm anlamı anlamında hata yaptıklarıdır. Literatürde bu sonuçla ilgili bir çalışmaya rastlanmamıştır. Öte yandan, kesir parça bütün anlamında herhangi bir yanlışlık yoktur. Bunun temel nedeni öğrencilerin kesirlerin parça-bütün anlamlarına daha fazla hâkim olmaları ile ilgili olabilir. Çünkü Perera ve Valdemorós (2007) ve Doğan-Coşkun'a (2019) göre öğrenciler kesrin diğer dört anlamını parça-bütün anlamı yardımıyla inşa etmektedirler. Nitekim öğretim programlarında ve ders kitaplarında kesrin parça-bütün anlamı üzerinde daha çok durulmaktadır (Eroğlu, Çamcı ve Tanışlı, 2019). Ayrıca Kieren (1993) ve Lamon (2021) okullarda öğretmenler tarafından en çok vurgulanan kesrin anlamının parça-bütün anlamı olduğunu belirtmişlerdir.

Araştırmanın üçüncü sonucu, problem kurmada yapılan bazı hata türlerinin kesrin her anlamında ortaya çıkabileceği, bazılarının ise kesrin anlamına özgü görülebileceğidir. Notasyonun değiştirilmesi, kelime probleminde soru bulunmaması, eksik veri kullanılması, matematiksel içerik eklenmesi, hatalarının kesrin anlamı ile ilgili olmadığı düşünülürken, kesirli değişkenin kesirli olmayan değişkenle karıştırılması, değişkenin anlamında karışıklık, pay ve paydayı karıştırma ve günlük hayatla ilişkilendirememesi kesrin anlamıyla ilişkili bulunmuştur. Ayrıca kesrin anlamına göre yapılan hatalar da farklılık göstermektedir. Örneğin pay-payda karışımı kesrin ölçme anlamını içeren sözel problemlerde temel ölçü birimi ile ilgiliyken, oran sözel problemlerinde birimlerin birbirine oranı söz konusudur. Bu nedenle kesrin farklı anlamlarına göre yazılan problemlerde yapılan hatalar da farklılık göstermektedir. Literatürde bu sonuçla ilgili bir çalışmaya rastlanmamıştır.

Elde edilen dördüncü sonuç ise kesrin türüne göre hata durumlarında farklılıklar olduğudur. Örneğin, Matematiksel içerik ekleme (MiE) hatasına yalnızca payı

numerik, paydası cebirsel olan kesirli ifadeler içeren denklemlerde rastlanmıştır. Literatürde bu sonuçla ilgili bir çalışmaya rastlanmamıştır. Gelecekteki çalışmalarda bu hataların giderilmesine yönelik öğretim uygulamaları tasarlanabilir ve uygulanan öğretimin etkililiği incelenebilir.

Bu araştırma cebirsel kesirli ifadelerde toplama ve çıkarma ile sınırlandırılmıştır. Gelecekteki çalışmalarda, cebirsel kesirli ifadelerdeki farklı denklem türleri veya diğer işlemler araştırılabilir. Bu bağlamda araştırılan sınıf düzeyi de değişkenlik gösterebilmektedir. Bu çalışmanın diğer bir sınırlılığı bütüncül bir durum çalışmasının kullanılmasıdır. Deneysel tasarım veya eylem araştırması gibi tasarımlar sonraki araştırmalarda kullanılabilir.

**Etik Kurul Onayı:** Bu çalışma sorumlu yazarın 2018 yılında tamamlanan doktora tezinden üretildiği için gerekli makamlardan bütün izinler alınmış olmakla birlikte etik kurul izni bulunmamaktadır.

**Bilgilendirilmiş Onam:** Katılımcılardan bilgilendirilmiş onam alınmıştır.

**Hakem Değerlendirilmesi:** Dış hakem değerlendirmesi.

**Yazarların Katkısı:** Araştırmanın tasarımı ve uygulanması, veri toplama ve analiz, makale taslağının hazırlanması –B.A.; Fikri içeriğin eleştirel gözden geçirilmesi ve makalenin son halinin onayı –Tüm yazarlar.

**Çıkar Çatışması:** Yazarlar herhangi bir çıkar çatışması beyan etmemiştir. Finansal

**Açıklama:** Bu çalışma Anadolu Üniversitesi tarafından Bilimsel Araştırma Projesi olarak desteklenmiştir.

## Kaynakça

- Acar, N. (2010). *Kesir Çubuklarının İlköğretim 6. Sınıf öğrencilerinin Kesirlerde Toplama ve Çıkarma İşlemlerindeki Başarılarına Etkisi*. Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi. Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, KONYA.
- Akçay, A. O., & Ardiç, F. (2020). Sınıf öğretmeni adaylarının kesirlerde problem kurma becerilerinin incelenmesi. *The Journal of International Education Science*, 25(7), 108-119. DOI: <http://dx.doi.org/10.29228/INESJOURNAL.47919>
- Alibali, Martha W., Mitchell J. Nathan, Matthew S. Wolfgram, R. Breckinridge Church, Steven A. Jacobs, Chelsea Johnson Martinez & Eric J. Knuth (2014) How Teachers Link Ideas in Mathematics Instruction Using Speech and Gesture: A Corpus Analysis, *Cognition and Instruction*, 32:1, 65-100, DOI: 10.1080/07370008.2013.858161
- Ayllón, M.F. (2005). *Invención de Problemas con Números Naturales, Enteros Negativos y Racionales: Tarea para Profesores de Educación Primaria en Formación; Trabajo de investigación tutelada*, Universidad de Granada: Granada, Spain
- An, S., Kulm, G., & Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school mathematics teachers in China and the U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7(2), 145-172.
- Aydogdu Iskenderoglu, T. (2018). Fraction multiplication and division word problems posed by different years of pre-service elementary mathematics teachers. *European Journal of Educational Research*, 7(2), 373-385.
- Barlow, A.T.; Cates, J.M. (2006). *The impact of problem posing on elementary teachers' beliefs about mathematics and mathematics teaching*. Sch. Sci. Math. 106, 64-73.
- Basturk, S. (2016). Primary student teachers' perspectives of the teaching of fractions. *Acta Didactica Napocensia*, 9(1), 35-44.
- Birgin, O. ve Gürbüz, R.(2009). İlköğretim II. Kademe Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar konusundaki İşlemsel ve Kavramsal Bilgi Düzeylerinin İncelenmesi. *Eğitim Fakültesi Dergisi*, XXII (2), 2009, 529-550
- Bossé, M. J., Adu-Gyamfi, K. and Cheetham, M. (2011). Translations among mathematical representations: Teacher beliefs and practices. *International Journal of Mathematics Teaching and Learning*, 15(6), 1-23.
- Brown, S. I., & Walter, M. I. (2005). *The art of problem posing* (3rd ed.). Lawrence Erlbaum Associates.
- Brownell, W. (1935). *Psychological considerations in the learning and teaching of arithmetic*. In The teaching of arithmetic (Tenth yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics) (pp. 1-31). New York: Bureau of Publications, Teachers College.
- Bunar, N. (2011). *Altıncı sınıf öğrencilerinin kümeler, kesirler ve dört işlem konularında problem kurma ve çözme becerileri*. Yüksek Lisans Tezi. Afyon Kocatepe Üniversitesi. AFYON.
- Byrnes, J. (1992). The conceptual basis of procedural learning. *Cognitive Development*, 7, 235-257.
- Byrnes, J., & Wasik, B. (2009). Factors predictive of mathematics achievement in kindergarten, first and second grades: An opportunity-propensity analysis. *Contemporary Educational Psychology*, 34, 167-183.
- Christou, C.; Mousoulides, N.; Pittalis, M.; Pitta-Pantazi, D.; Sriraman, B. (2005). *An empirical taxonomy of problem posing processes*. ZDM 2005, 37, 149-158.
- Cai, J., Hwang, S., Jiang, C., & Silber, S. (2015). Problem-posing research in mathematics education: Some answered and unanswered questions. In F. Singer, N. Ellerton & J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3>
- Chae, J. (2005). *Middle school students' sense-making of algebraic symbols and construction of mathematical concepts using symbols*. PhD Thesis. Indiana University, Graduate Faculty of The University of Georgia in Partial.

- Crooks, N. M. & Alibali, M. W. (2014). Defining and measuring conceptual knowledge of mathematics. *Developmental Review*. doi: 10.1016/j.dr.2014.10.001
- De Jong, T., & Ferguson-Hessler, M. G. M. (1996). Types and qualities of knowledge. *Educational Psychologist*, 31(2), 105–113.
- Dogan-Coskun, S. (2019). The Analysis of the Problems Posed by Pre-service Elementary Teachers for the Addition of Fractions. *International Journal of Instruction*, 12(1), 1517-1532.
- Empson, S. B. (1995). Equal sharing and shared meaning: The development of fraction concepts in a first grade classroom. Paper presented at the *American Educational Research Association*, San Francisco, CA.
- English, L. D. (1997). The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. *Educational Studies in Mathematics*, 34(3), 183-217.
- Eroğlu, D., Camcı, F. ve Tanışlı, D. (2019). Altıncı sınıf öğrencilerinin kesirler ve kesirlerdeki toplamaçıkarma konusundan bilgilerinin yapılandırılmasına ilişkin tahmini öğrenme yol haritası. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 45, 116-143.
- Garofalo, J. and Lester, F.K., Jr.: (1985). 'Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance', *Journal for Research in Mathematics Education* 16
- Ghasempour, Z., Bakar, N., & Jahanshahloo, G. R. (2013). Innovation in teaching and learning through problem posing tasks and metacognitive strategies. *International Journal of Pedagogical Innovations*, 1(1), 53-62.
- Gonzales, N. A. (1994). Problem posing: A neglected component in mathematics courses for prospective elementary and middle school teachers. *School Science and Mathematics*, 94(2), 78–84. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.1994.tb12295.x>
- Greeno, J. G. (1978). Understanding and procedural knowledge in mathematics instruction. *Journal Educational Psychologist* Volume 12, 1978
- Harwood, T. G. and Garry, T., (2003). An overview of content analysis. *The Marketing Review*, Volume 3, Number 4, 1 December 2003, pp. 479-498(20). Westburn Publishers Ltd. DOI: <https://doi.org/10.1362/146934703771910080>
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). *Learning and teaching with understanding*. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-97). New York: Mcmillan.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). *Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis*. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Işık, C., & Kar, T. (2012). The analysis of the problems posed by the pre-service teachers about equations. *Australian Journal of Teacher Education*, 37(9), 93-113
- Izsak, A. (2008). Mathematical knowledge for teaching fraction multiplication. *Cognition and Instruction*, 26(1), 95–143.
- Jääskeläinen, R. (2010). Think-aloud protocol. In Y. Gambier & L. van Doorslaer (Eds.), *Handbook of translation studies* (Volume 1) (pp. 371-373). John Benjamins Publishing Company. <https://doi.org/10.1075/hts.1>
- Kavuncu, T. & Yenilmez, K. (2021). Beşinci sınıf öğrencilerinin kesir modellerine uygun problem kurma ve çözüme becerilerinin incelenmesi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Türk Dünyası Uygulama ve Araştırma Merkezi (ESTÜDAM) Eğitim Dergisi*, 6 (2), 201-218.
- Kieren, T.E. (1993). Rational and fractional numbers: From quotient fields to recursive understanding. In *Rational Numbers: An Integration of Research*; Carpenter, T.P., Fennema, E., Romberg, T.A., Eds.; Erlbaum: Hillsdale, NJ, USA, pp. 49–84.
- Koichu, B., Harel, G., & Manaster, A. (2013). Ways of thinking associated with mathematics teachers' problem posing in the context of division of fractions. *Instructional Science*, 41(4), 681-698.
- Kojima, K., Miwa, K., & Matsui, T. (2009). Study on support of learning from examples in problem posing as a production task. In S.C. Kong et all. (Eds.). *Proceedings of the 17th International Conference on Computers in Education [CDROM]*. Asia-Pacific Society for Computers in Education.



- Kopparla, M., Bicer, A., Vela, K., Lee, Y., Bevan, D., Kwon, H. & Capraro, R. M. (2019). The effects of problem-posing intervention types on elementary students' problem-solving. *Educational Studies*, 45(6), 708-725. <https://doi.org/10.1080/03055698.2018.1509785>
- Lamon, S.J. (2001). Presenting and representing: From fractions to rational numbers. In *The Roles of Representation in School Mathematics*; National Council of Teachers of Mathematics: Reston, VA, USA; pp. 146–165
- Lesh, R. and Doerr, H. M. (2003). *Foundations of models and modelling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving*. R. Lesh and H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modelling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching in* (pp. 3–33). Mahwah: Laurence Erlbaum.
- Martinez, S.; Blanco, V. (2021). Analysis of Problem Posing Using Different Fractions Meanings. *Educ. Sci.* 2021, 11, 65. <https://doi.org/10.3390/educsci11020065>
- Merriam, S. B., & Tisdell, E. J. (2016). *Qualitative research: A guide to design and implementation* (4th ed.). John Wiley & Sons.
- Öksüz, C. (2004). *Children understanding of algebraic fraction as quotients*. (Unpublished doctoral dissertation). University of Arizona, Arizona
- Panasuk, R. M., & Beyranevand, M. L. (2010). Algebra students' ability to recognize multiple representations and achievement. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 1–21.
- Pardhan, H. & Mohammad, R.F., (2005). Teaching Science and Mathematics For Conceptual Understanding? *A Rising Issue Eurasia J. Math. Sci. & Tech. Ed.*, 1(1), 1-20.
- Perera, P.B.; Valdemoros, M.E. (2007). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. In *Investigación en Educación Matemática XI*; SEIEM: San Cristóbal de la Laguna, Tenerife, pp. 209–218.
- Pirie, S. E. B. (2002). *Problem posing: What can it tell us about students' mathematical understanding*. In *Proceedings of the 24th Annual Meeting North American Chapter of the International group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 925-958). GA, Athens.
- Ploger, D., & Hecht, S. (2009). Enhancing children's conceptual understanding of mathematics through Chartworld software. *Journal of Research in Childhood Education*, 23(3), 267-277.
- Robinson, K. M., & Dubé, A. K. (2009a). Children's understanding of addition and subtraction concepts. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103, 532–545.
- Roth, K, Jones, B, Idol, L, (1990). *Developing meaningful conceptual understanding in science*. Dimensions of thinking and cognitive instruction 1990 Hilldale, NJ Erlbaum 139175
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19–28.
- Stephens, M. (2003). *Regulating the entry of teachers of mathematics into the profession: challenges, new models, and glimpses into the future*. Second International Handbook of Mathematics Education pp. 767-793
- Star, J. R. (2001). *Re-conceptualizing procedural knowledge: Innovation and flexibility in equation solving*. Unpublished doctoral dissertation, University of Michigan, Ann Arbor.
- Stoyanova, E. (1998). *Problem posing in Mathematics Classrooms*. In *Research in Mathematics Education: A Contemporary Perspective*; McIntosh, A., Ellerton, N., Eds.; Edith Cowan University, MASTEC: Perth, WA, USA; pp. 164–185.
- Taştepe, M. & Yanık, H. B. (2021). Kavramsal bilginin gelişiminin incelenmesi: Cebirsel kesirli ifadeleri içeren denklemler bağlamında. *Uluslararası Sosyal ve Eğitim Bilimleri Dergisi*, 16: 83-103.
- Toluk, Z. (2001). Eşit paylaşım ortamlarının kesir öğretiminde kullanımı. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*. 1 (1)
- Van de Walle, J.A. Karp, K.S. ve Bay-Williams, J.M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim*. (Çev. Editörü: Soner Durmuş). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım. 7. Basımdan Çeviri.

- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. (9. Baskı). Ankara: SeçkinYayıncılık.
- Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications: Design and methods* (6th ed.). Sage Publications.

**Yazar****İletişim**

Dr. Öğr. Üyesi Mehtap Taştepe, Sinop Üniversitesi, Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı öğretim üyesidir. Çalışma alanları, işlemsel ve kavramsal anlama, öğretmen eğitimi, ilişkilendirme ve ispattır.

Dr. Ogr. Uyesi Mehtap Tastepe, Sinop Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Merkez, Korucuk Koyu, Trafo Mahallesi No:35, 57000 Sinop

E-posta: [mehtap.tastepe@hotmail.com](mailto:mehtap.tastepe@hotmail.com)

Prof. Dr. Hüseyin Bahadır Yanık, Anadolu Üniversitesi, Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı öğretim üyesidir. Çalışma alanları işlemsel ve kavramsal anlama, kavram yanılığsı, modelleme ve ders kitaplarıdır.

Prof. Dr. Hüseyin Bahadır Yanık, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Yeşiltepe, Anadolu Ün., 26210 Tepebaşı/Eskişehir, Türkiye

E-posta: [hbyanik@yahoo.com](mailto:hbyanik@yahoo.com)