

# Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Açılar Konusunda Karşılaştıkları Bazı Güçlükler Ve Kavram Yanılgıları

Deniz ÖZEN ÜNAL\*

Ömer ÜRÜN\*\*

## Atıf için:

Özen Ünal, D. ve Ürün, Ö. (2021). Altıncı sınıf öğrencilerinin açılar konusunda karşılaştıkları bazı güçlükler ve kavram yanılgıları. *Journal of Qualitative Research in Education*, 27, 125-152. doi:10.14689/enad.27.7

**Öz.** Bu çalışmada altıncı sınıf öğrencilerinin açılar konusunda karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanılgılarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Araştırmaya 2017-2018 eğitim öğretim yılında Türkiye'nin batısında bir devlet okulunun altıncı sınıfında öğrenim görmekte olan 25 öğrenci katılmıştır. Nitel olarak desenlenen çalışmada, veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından hazırlanan açılarla ilgili öğrenci güçlükleri ve kavram yanılgılarını incelemeye yönelik 17 açık uçlu soru kullanılmıştır. Elde edilen veriler içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Araştırmanın bulguları incelendiğinde öğrencilerin açının tanımını doğru bir şekilde ifade etmede; açığı, köşesini ve kenarlarını sembolle göstermede çeşitli kavram yanılgıları ve hataları olduğu görülmüştür. Ayrıca açılarının ölçülerinin karşılaştırılması, tümler, bütünler ve komşu açılar konularında da bilgi eksikleri olduğu belirlenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Açık kavramı, kavram yanılgısı, öğrenci zorlukları

## Makale Hakkında

Gönderim Tarihi: 04.05.2020


Düzeltilme Tarihi: 11.03.2021

Kabul Tarihi: 06.05.2021

## Makale Türü

Araştırma

© 2021 ANI Yayıncılık. Tüm hakları saklıdır.

\*  Sorumlu Yazar: Aydın Adnan Menderes Üniversitesi, Türkiye. [deniz.ozen@adu.edu.tr](mailto:deniz.ozen@adu.edu.tr)

\*\*  Nazilli Bilim ve Sanat Merkezi (BILSEM), Türkiye. [omerurun@gmail.com](mailto:omerurun@gmail.com)

**Çıkar Çatışması Beyanı:** Yok

## Giriş

“Nesnelerin veya olayların ortak özelliklerini kapsayan ve bir ortak ad altında toplayan genel tasarım” (Türk Dil Kurumu, 2018) şeklinde tanımlanan kavram, matematik söz konusu olduğunda sadece herhangi birini tanımak ve bilmenin yanında diğerleri arasındaki ilişkileri ve geçişleri görebilmekle daha anlamlı hale gelebilmektedir (Baki, 2015). Bunun yanında gerek matematiğin yapısı itibarıyla kavramların bu derecede ilişkili olması gerekse öğrencilerin kendilerince mantıklı, farklı anlamlar yükleyerek yaptıkları çıkarımlarla hareket etmeleri, öğrencilerin öğrenme sürecinde farkında olmadan yanlışlar yapmalarına sebep olmakta ve bu yanlışların bazıları kavram yanlışlarına dönüşebilmektedir (Türkdoğan vd., 2015).

Kavram yanlışlığı, kişinin bir konuyu o alanda uzman kişilerin kavramsal anlamasıyla çelişecek ancak kendisine mantıklı gelecek şekilde anlamlandırması olarak ifade edilmektedir (Baki, 2015). Kavram yanlışlığı, sadece bir hata veya bilgi eksikliğinden dolayı verilen yanlış cevap olarak değil, kavrama ilişkin gelişen, sistemli olarak hata yapmaya neden olan (Smith III vd., 1993), uzman görüşten uzaklaşan algı veya kavrayışlar (Hammer, 1996) olarak düşünülmelidir. Öğrencilerin farkında olmadan yaptıkları ve matematiksel geçerliliği olmayan davranışlar olarak kabul edilen kavram yanlışlarının, yanlış inanışlar ve deneyimler sonucu ortaya çıktığı belirtilmiştir (Baki, 2015). Öğrenciler kendilerinden emin bir şekilde yapmış oldukları hataların doğru olduklarını sebepleri ile birlikte açıklıyorlarsa kavram yanlışlığı var denilebilir ve oluşan bu yanlışların düzeltilmesi oldukça güçtür (Yenilmez & Yaşa, 2008). Bu güçlük, derinlemesine yerleşen ve kavramsal anlamının önünde bir engel olan (Minstrell, 1982) kavram yanlışlarının bireylerin deneyimleriyle desteklenmesi ve böylece değişime sürekli direnmesinden kaynaklanmaktadır (Cox & Mouw, 1992). Matematiğin birikimli yapısı göz önünde bulundurulduğunda eğer öğrencilerin ön bilgilerinde kavram yanlışları varsa bunlar doğru bir öğrenmeyi engelleyebilmekte ve yeni köklü kavram yanlışlarına yol açabilmektedir (Baki, 2015; Driver & Easley, 1978; Şandır vd., 2007; Woodward vd., 1994). Sadece öğrenci başarısızlığı ve hataları çerçevesinde ele alınmaması gereken (Graeber & Johnson, 1991) ve yanlış anlamalar ve yanlış anlamlara dayalı yanlış yorumlamalar (Ojose, 2015) şeklinde ifade edilen kavram yanlışlarının oluşumunda uygulanan öğretim yönteminin de etkili olabileceği (Zembat, 2010) ifade edilmektedir. Matematiğin doğası gereği her zaman yanlış anlamaların olabileceği dikkate alındığında kavramlara ilişkin olası yanlışların farkında olmak ve kalıcı olmalarına imkân vermeden öğrencilerin bu yanlış anlayışların üstesinden gelmelerini sağlayacak yöntemler geliştirmek önemlidir (Ojose, 2015). Kavramsal öğrenmenin olabilmesi için matematik kavram bilgilerinin eksiksiz olarak verilmesi gerekliliği, kavram yanlışları ve bilgi eksikliklerinin belirlenmesini ve giderilmesinin çözüm yollarının aranmasını değerli kılmıştır (Küçük & Demir, 2009). Eğitimle ilgili yapılan çalışmaların büyük bir çoğunluğu öğrencilerin bilgi eksikliklerinin belirlenmesi ve bunların giderilmesi yönündeki çabalar üzerinedir (Akbulut & Işık, 2005; Akkaya & Durmuş, 2006; Ay, 2017; Ayyıldız & Altun, 2013; Baştürk & Dönmez, 2011; Keçeli & Turanlı, 2013; Simon, 2006; Ojose, 2015; Temel & Eroğlu, 2014; Türkdoğan, Güler vd., 2015; Türnüklü vd., 2013; Yenilmez & Uysal, 2007). Bu araştırmada da altıncı

sınıf öğrencilerinin açılar konusunda karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanlışlarının belirlenmesi amaçlanmıştır.

## Açılar Konusundaki Öğrenci Güçlükleri Ve Kavram Yanlışlarına İlişkin Çalışmaların Kavramsal Analizi

Geometri, öğrencilerin anlamada zorluklar yaşadıkları matematik eğitiminin çok önemli bir bileşenidir (Van Hiele, 1986). Temel bir geometrik kavram olan açı kavramını anlamak ise bu bileşene dair öğrenmeler için erken bir aşamadan itibaren temel bir gerekliliktir (French, 2004). Bununla birlikte açı kavramı öğrencilerin bilgi eksiklikleri ve kavram yanlışlarına sahip oldukları matematiğin en eski ve temel kavramlarından birisidir (Keiser, 2004). Özellikle temel geometri kavramları arasında, en soyut ve öğrenciler için kavramsallaştırılması en zor olan kavramlardan biri olarak gösterilmektedir (Tanguay & Venant, 2016). Bu istenmeyen durum geometrinin ilerleyen konularında da zorluklar yaşanmasına neden olmaktadır (Moore, 2013).

Literatürde açılarla ilgili güçlükler ve kavram yanlışlarına yönelik yapılan çalışmalar ortak yönleri ve ortaya koydukları yanlışlar bağlamında değerlendirilmiş (bkz. Tablo 1) ve "açının tanımı ve çeşitleri", "açının çizimi", "açının sembolle gösterimi", "açının ölçüsü", "komşu, tümler, bütünlükler ve ters açılar" ve "bir doğruya üzerindeki veya dışındaki bir noktadan dikme çizme" şeklindeki başlıklarda ele alınmıştır.

### Tablo 1.

#### Literatürde Açılarla İlgili Kavram Yanlışları

Karşılaşılan hatalar ve kavram yanlışları	Araştırmacılar
<b>Açının tanımı ve çeşitleri ile ilgili:</b>	
Tanımlayamama, tanımlama için yeterli bir dile sahip olmama, sözel olarak ifade etmede güçlük,	Baldy ve diğerleri (2005),
Fiziksel bir nesnenin veya geometrik şeklin "köşesine" atıf,	Bütüner & Filiz (2017),
Açı tanımlamalarında ölçüye vurgu,	Çetin & Dane (2004),
Açı çeşitlerini içeren ifadeler,	Dane & Başkurt (2011),
Kenarları kâğıdın kenarlarına paralel olmayan dik açının fark edilmemesi,	Doyuran (2014),
Geniş açının açı olarak görülmemesi,	Erbay (2016),
Doğru açının fark edilmemesi,	Keiser (2004),
Tanımlarda genellikle "Bir çokgenin kenarları arasındaki mesafe; Kesişen iki doğru arasında kalan mesafe, Aynı noktadan başlayan iki nokta arasındaki ölçü; Kesişen iki doğru parçasının ışınları arasındaki derece; Bir doğru boyunca uzanan ışındır, Bir ölçü birimidir." şeklindeki zihinlerde görsel olarak oluşan ve diğer geometrik kavramları içine alan ifadelere yer verilmesi.	Kılıç, Temel & Şenol (2015), Taylan & Aydın (2017), Yeşildere (2007).

**Açının çizimi:**

Prototip olarak dik açının belirgin üstünlüğü ve öğrenme engeli oluşu,  
Fiziksel bir nesnenin veya geometrik şeklin köşesini referans alarak ifade etme ve çizimlerde bunun etkisi,  
Açının bir kenarının yatay olması gerektiği.

Baldy ve diğerleri (2005), Devichi & Munier (2013), Doyuran (2014), Mitchelmore (1998).

**Açının sembolle gösterimi:**

$\widehat{AB}$ ,  $AB$ ,  $ABC$ ,  $(\widehat{ABC})$  şeklindeki gösterimler.

Doyuran (2014)

**Açının ölçüsü ile ilgili:**

Taranan iç bölgenin büyüklüğüne bağlı olduğu,  
Açıyı işaret eden yayın uzunluğuna (veya yayın yarıçapına) bağlı olduğu,  
Kenarlarının uzunluğuna bağlı olduğu ve bu yanılığında dik açı etkisinin olabileceği,  
Duruşu veya kenar uzunlukları farklı olan eş açılar farklı açılar olduğu.

Bütüner & Filiz (2017), Devichi & Munier (2013), Keiser (2004), Mitchelmore (1998).

**Komşu, tümler, bütünler ve ters açılar:**

Tanımlamadaki yetersizlikler,  
Bir şekil içerisinde bu açıları tespit edememe,  
Tümler açıları "90°", bütünler açıları "180°" şeklinde ifade etme,  
Sadece birer kenarları zıt olan açılar ters açı olarak kabul edilmesi.

Erbay (2016), Taylan & Aydın (2017).

**Bir doğruya üzerindeki veya dışındaki bir noktadan dikme çizme ile ilgili:**

Bir doğruya dışındaki bir noktadan çizilecek dikmeyi kâğıdın uzun kenarına paralel olacak şekilde konumlandırma eğilimi,  
Bir doğruya üzerindeki bir noktadan dikme çizilemeyeceği.

Bütüner & Filiz (2017).

Literatürde öğrencilerin yaşadığı zorlukların en önemli nedenlerinden biri olarak bu kavrama ait farklı tanımların varlığı gösterilmektedir (Bütüner & Filiz, 2017; Henderson & Taimina, 2005; Keiser, 2004). Matematiksel düşüncelerin temel yapı taşları olarak tanımlar, bir kavramın oluşmasında, diğer kavramlardan ayırt edilmesinde temel bir görev üstlenirler (Çakıroğlu, 2015). Çakıroğlu'na (2015) göre kavramların net ve kesin bir yapıda ve farklı şekillerde tanımlanması mümkün olsa da tanım olma ölçütlerini taşımayan ifadeler kavram kargaşalarına neden olacak ve matematiksel iletişim sağlanamayacaktır. Keiser'e (2004) göre öğrencilerin belirli kavramları öğrenme çalışmalarını daha da karmaşıklaştıran şey, matematikte veya diğer bilimlerde kullanımlarına bağlı olarak, bazı kavramların vurgularında değişmeye devam etmesi ve dolayısıyla tanımlarının da zaman içinde anlamlarının değişmesidir. Açı, yüzyıllar boyunca farklı şekilde tanımlanan bu tür bir kavramdır ve eldeki matematiksel duruma bağlı olarak, bugün hala farklı anlamlar kazanabilir. Açı kavramının şekil olarak basit algılanan fakat kavram olarak çok yönlü birçok bileşene sahip olması tarihsel süreçte farklı şekillerde tanımlanmasını mümkün kılmıştır. Bununla birlikte tanımlar vurgularında önemli ölçüde değişiklik göstermektedir. Keiser (2004), açı kavramına ilişkin yapılan tanımları

- Bir ışının bir nokta etrafında bir konumdan diğerine dönüşünün bir ölçüsü\* (dinamik)
- Başlangıç noktaları ortak iki ışının birleşimi (statik)
- İki ışın arasında kalan bölge (statik) (p. 288)

şeklinde sınıflandırmış ve yapılan tanımların genel olarak üçünden birine dahil edilebileceğini belirtmiştir. Başka bir sınıflama “dinamik bir açı kavramı” veya “hareket olarak açı”; “ölçü olarak açı”; ve “geometrik şekil olarak açı” şeklinde üç farklı perspektiften ele alınmıştır (Henderson & Taimina, 2005). Burada *dinamik* olarak açı kavramı bir dönme (rotation), bir dönme noktası veya iki doğru arasındaki yön değişikliği şeklinde bir eylemi içerirken; *ölçü* olarak açı, yay uzunluğu veya daire dilimlerinin alanları arasındaki oran; geometrik bir şekil olarak açı ise uzayda kesişen iki doğruyla açıklanmaktadır (Henderson & Taimina, 2005). Bu tanımlamalar açının bir yönüne bir ilişki, bir nitelik veya bir nicelik anlamında diğerinden daha fazla odaklanarak kavrama sınırlamalar getirmektedir (Keiser, 2004). Yapılan tanımlarda açı ve açı ölçüsü kavramları aynı anlamda kullanılmış (Ertekin, 2015), açının tam olarak ne olduğunu, hangi durumun bir açı belirttiğini, ölçerken tam olarak neyin ölçüldüğünü belirsiz kılmış (Henderson & Taimina, 2005; Keiser, 2004), tanımlar arası olması gereken geçişleri (Çakıroğlu, 2015) neredeyse imkânsız hale getirmiştir. Yukarıdaki sınıflamanın ilkinde açının bir ışının başlangıç noktası etrafında herhangi bir yöndeki dönme hareketiyle oluşması daha çok trigonometride karşımıza çıkan yönlü açı kavramına karşılık getirilebilir. Yöne bağlı olarak dönme sonrası ilk ve son konumlara göre oluşan başlangıç ve bitiş ışınlarının gösterdiği açı ile başlangıç noktaları ortak iki ışının birleşimi ile oluşan açı tanımları arasında geçiş sağlanabilir (Ertekin, 2015). Bu durumda statik açı yapısı, dinamik açıyı temsil eden durumun bir sonucu olacaktır (Mitchelmore, 1998). Açının iki ışın arasında kalan bölge şeklinde tanımlanması durumunda arada oluşan bölgenin büyüklüğü açının ölçüsü olarak düşünülebilir ki ışınların sonsuzluğu dikkate alındığında bu durumda ölçme mümkün olamayacaktır (Ertekin, 2015). Benzer şekilde açıyı oluşturan ışınların arasındaki uzaklık açının ölçüsü olarak düşünülürse bunu doğrusal bir şekilde ölçmenin anlamlı olmadığı görülebilir. Çünkü ışınların arasındaki açıklığın büyüklüğü değişmediği halde ışınlar üzerinde alınan birer noktanın arasındaki uzaklık, seçime göre farklılık gösterecektir (Kabaca, 2015).

Keiser (2004), çalışmasında öğrenci yorumlarından elde ettiği verileri yalnızca tarihsel bir bakış açısıyla incelendiğinde, açı kavramıyla ilgili öğrenci tanımları ile Öklid zamanından beri kaydedilen tanımlar veya açıklamalar arasında benzerlikler olduğunu gözlemlemiştir. Açı kavramını tanımlama çabalarında kendini hissettiren bu çok yönlü yapı öğrencilerin kavrama ilişkin algılarında etkili olmakta ve kavram yanılıklarına sebep olmaktadır. Öğrencilerde bu durumu ortaya koyan pek çok kanıt bulunmaktadır. Öğrencilerin açı ve üçgen için yeterli bir tanımlama yapamamaları üçgen veya kare içine yerleştirilmiş bir açıya odaklanmakta zorluklar sergilediklerine

\* Burada “a measure of the turning...” ifadesi “dönüşünün bir ölçüsü” olarak Türkçe’ye çevrilmiştir. Aynı çalışmada Schotten (1893) tarafından yapılan analize yer verilmiş benzer bir tanım için “...quantity or amount (or the measure)...” ifadeleri yer almıştır.

(Mason,1989), birçok öğrencinin bir açı ölçüsünün, açığı işaret eden yayın yarıçapına bağlı olduğunu düşündüğüne, açının ölçüsünün kenar uzunluklarıyla ilişkilendirildiğine (Devichi & Munier, 2013) veya açının bir kenarının yatay konumlandırılması ve yönün daima saatin tersi yönde olması gerektiği şeklindeki inanışlara sahip olduğuna (Mitchelmore, 1998) ilişkin sonuçlar elde edilmiştir. Ubuz (1999) ise özellikle 10. ve 11. sınıf öğrencilerinin yaptıkları hataların nedenleri ve bu hatalara neden olan kavram yanlışlarının hemen hemen her soruda aynı olduğunu vurgulamış ve bu durumun öğrencilerin van Hiele geometri düşünme düzeylerinin birincisi olan görsel düzeyde olmalarından kaynaklandığını belirtmiştir. Konuyla ilgili ilköğretim altıncı ve yedinci sınıf düzeyinde yapılan araştırmalar ise öğrencilerde,

- sözel olarak yazılmış açı tanımını matematiksel olarak yorumlayamama,
- açının düzlemi kaç bölgeye ayırdığı bilinmemesine rağmen iç ve dış bölgelerdeki noktaları bulabilme nedeniyle bu kavramın tam anlaşılmadan geçilmesi,
- açı ve açısal bölge kavramlarının bilinmemesi,
- doğru açı ve tam açığı çizememe,
- açı kenarı kavramının oluşmaması,
- komşu açıların ortak olan ve olmayan kenarlarını yazamama,
- bütünler açıların her zaman komşu olması gerektiği düşüncesi, ters, içters, dışters ve yöndeş açı kavramlarının şekillerde gösterilememesi

şeklindeki yanlışların varlığını ortaya koymaktadır (Özbellek, 2003'ten akt. Doyuran, 2014; Erbay, 2016). Bunun yanında; ilköğretim düzeyinde öğrencilerin açı kavramını içselleştirme süreci (Keiser, 2004), bu süreçte açının kenar uzunluğu ile ölçüsü arasındaki ilişkilerin incelenmesi (Devichi & Munier, 2013), yine ortaokul öğrencilerinin doğru parçası, doğrusallık, ışın ve açığı anlamlandırmada yaşadıkları zorluklar (Dane & Başkurt, 2011) gibi konularda araştırmalar yapılmıştır. Özellikle bir açının kenarlarının uzunluğuna odaklanılmasının istendiği görevlerde, dik açının dikkat çekici bir şekilde öğrenme engeli olabileceği ifade edilmiştir (Devichi & Munier, 2013). Bütüner ve Filiz (2017) ise çalışmasında yüksek başarı gösteren altıncı sınıf öğrencilerinin birçoğunun kavram yanlışlarına sahip olduğu, bunun yanında açı kavramının kavramsal anlamını anlamada güçlük çektiklerini ortaya koymuştur.

Öğrencilerin öğrenme sürecinde yaşadığı zorlukların nedenleri, tarihsel gelişiminde de yaşanan tartışmalarla ilişkili olarak kavramın doğal yapısı (epistemolojik engel), kişisel gelişimle ilgili olarak öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeyi, kavrama yeteneği vb. etkenler (genetik ve psikolojik engel) ve öğrenmenin doğası gereği ortaya çıkan engeller, öğretim modeli veya konuların kaynaklardaki ele alınış biçimi (pedagojik (didaktik) engel) olarak ifade edilmektedir (Cornu, 1991). Açı kavramının gelişiminde tarihsel süreçte yapılan tartışmalara benzer olarak kavramın doğasından kaynaklan

zorluklar (Keiser, 2004), öğrencilerin ön öğrenmelerinin yetersizliği (Dane & Başkurt, 2011; Mitchelmore, 1998; Özbellek, 2003; Van Hiele, 1986), öğretimin içeriği, yöntemi vb. (Devichi & Munier, 2013; Van Hiele, 1986; Zembat, 2010) durumlar öğrencilerde kavram yanlışlarının oluşmasına neden olabilecek göstergeler içermektedir. Geometrik muhakeme sürecini gelişimsel bir yaklaşımdan (Van Hiele, 1986) farklı olarak bilişsel bir yaklaşımla ele alan Fischbein (1993), *The Theory of Figural Concepts* (Şekilsel Kavram Teorisi) isimli çalışmasında bu süreci kavram ve kavramın uzamsal özellikleriyle zihinde oluşturduğu resmin (imge) birlikteliği üzerine yapılandırmıştır. Teoriye göre kavram ve şekil etkileşimi önemlidir. Şekil, sezgiler yardımıyla çözüm için tahminler yapılmasına yardım ederken kavram sezgilerin ortaya koyduğu fikirlerin matematiksel temellerini oluşturmakta ve tutarlı olmasını sağlamaktadır. Fischbein'e (1993) göre üst düzey muhakeme süreci, kavramın şekli yönettiği bu iki bileşenin şekilsel kavram bilgisine dönüştüğü durumlardır. Muhakeme sürecinin şeklin kontrolünde olduğu durumlar ise öğrencilerin yanlış çıkarımlar yapmasına neden olacak öğrenci hatalarının ve yaşadıkları güçlüklerin önemli bir kaynağı olacaktır. Bu sürecin gelişimi ise öğrencilerin kavram bilgilerini güçlendirecek, şekil ve kavram arasındaki etkileşimi etkili kılacak öğrenme ortamları ile sağlanabilir. Bu bakımdan öğretmenlerin, öğretimin planlaması aşamasında öğrencilerin yaşayabilecekleri güçlüklerden ve kavram yanlışlarından haberdar olmaları yönündeki gereklilik ve önem birçok araştırmacı tarafından dile getirilmiştir (Cornu, 1991; Graeber, 1999; Stump, 2001). Ayrıca bu gereklilik ve önem pedagojik alan bilgisi kapsamında ele alınmış (Shulman, 1986), öğretmenlerin öğretim aşamasında öğrencilerin bu zorlukların üstesinden gelebilmesine yardımcı olacak yaklaşımları bilmeleri ve uygulamaları etkili bir öğretim için gerekli görülmüştür (Graeber, 1999; Ojose, 2015). Ancak yapılan çalışmalar öğretmenlerin, kavram yanlışlarının ne olabileceğini ve nedenlerini bilmediklerini (Gökkurt Özdemir vd., 2017), olası yanlışları tespit edemediklerini ve yanlışların sonraki uygulamalarda engel olabileceğini göremediklerini (Asquith vd., 2007) ortaya koymaktadır. Yapılan araştırmalar incelendiğinde kavram yanlışlarının çeşitli sınıf düzeylerinde olabileceği görülmektedir. Ülkemizde matematik öğretiminin daha çok işlemsel bilgiye dayalı olması; bu alışkanlığın ileriki süreçlerde değiştirilmesini, öğretmen adaylarının kavramsal matematik görüşünü benimsemesini ve meslek hayatlarında kavramsal ve işlemsel öğrenmeleri dengelemelerini zorlaştırmaktadır (Baki, 2015).

### Açı Kavramının Matematik Programındaki Yeri

Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013, 2018) açı kavramına ilk kez üçüncü sınıfta geometride temel kavramlar alt öğrenme alanında yer verilmektedir. Temel kazanımlar aynı olmasına rağmen bazı kazanımların 2018 matematik programında sınıflar arasında yeri değişmiştir (MEB, 2018). Örneğin 2013 programında 6. sınıfta olan "Bir doğrunun üzerindeki veya dışındaki bir noktadan doğruya dikme çizer." kazanımı 2018 programında 5. sınıfa alınmıştır (MEB, 2013, 2018). Öğrencilerin nokta, doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarını ifade etmeleri ve açığa çevrelerinden örnekler vermeleri ise ilk kez 2018 Matematik Dersi Öğretim

Programında (MEB, 2018) yer almaktadır. Dördüncü sınıfta ise öğrencilerin açığı oluşturan ışınları ve köşeyi belirlemeleri, açığı isimlendirerek sembolle göstermeleri yönünde kazanımlara yer verilmiştir. Bu seviyede açının ölçüsüne ve açılarının sınıflandırılmasına yönelik kazanımların yanında açının bir ışının başlangıç noktası etrafında döndürülmesi ile oluştuğunun fark ettirilmesi, aynı ölçüye sahip açılarının duruşlarındaki farklılığın, açının ölçüsünde etkili olmadığı yönünde açıklamalara yer verilmiştir. Beşinci sınıfta farklı olarak kavram geometri ve ölçme öğrenme alanında ele alınmış öğrencilerin kareli vb. kâğıt üzerinde dar, dik ve geniş açıları oluşturmalarına ve bunları belirlemelerine yönelik çalışmalar yapmaları istenmiş ve bir doğruya üzerindeki veya dışındaki bir noktadan dikme çizebilmelerine ilişkin inşa çalışmalarına yer verilmiştir. Altıncı sınıfta ise "Açıyı, başlangıç noktaları aynı olan iki ışının oluşturduğunu bilir ve sembolle gösterir." kazanımının yanında "Bir açığa eş bir açı çizer." ve "Komşu, tümler, bütünler ve ters açıların özelliklerini keşfeder; ilgili problemleri çözer." kazanımlarına yer verilmiştir. Dolayısıyla programda "açının bir ışının başlangıç noktası etrafında döndürülmesi ile oluştuğu (yönlü açı-dinamik açı)" ve "açıyı başlangıç noktaları aynı olan iki ışının oluşturduğu (statik açı)" şeklinde aralarında geçiş sağlanabilen (Ertekin, 2015) iki tanıma da yer verilmiştir. Açının kenarları arasındaki açıklığın büyüklüğü yani ışınlardan birinin diğerinin üzerine gelene kadar yaptığı dönme hareketinin miktarı ise açının ölçüsü olarak ele alınmış ve bu büyüklüğün ölçülmesi için temel açı ölçme yaklaşımı (Kabaca, 2015) olan tam turun belli sayıda dilimlenmesi ile açının içinde kalan dilim sayısını belirleyen gönye ve daha hassas olan iletke araçları standart ölçmelerde ölçme aracı olarak belirlenmiştir.

Bu araştırmada açılarla ilgili güçlükler ve kavram yanılgılarının belirlenebilmesi için konunun Matematik Dersi Öğretim Programı'ndaki yeri ve literatürde yer alan çalışmalar birlikte değerlendirilmiştir. Öğrenci güçlükleri veya yanılgıları kapsamında ele alınan çalışmaların bir kısmı temel geometrik kavramlarla birlikte kavrama dair bir bölüm ayırmışken diğer kısmı ise kavramın bazı bileşenlerine odaklanmıştır. Bu araştırmada farklı olarak kavram Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2013, 2018) dikkate alınarak bir bütün olarak ele alınmıştır. Ayrıca öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin ve olası kavram yanılgılarının tespit edilmesi, onların bu olumsuzlukların üstesinden gelmelerini sağlayacak öğretimin planlaması açısından da önemlidir. Bu nedenle bu çalışmada altıncı sınıf öğrencilerinin açı kavramına dair karşılaştıkları güçlüklerin ve sahip oldukları kavram yanılgılarının belirlenmesi amaçlanmıştır.

Öğrenci güçlükleri veya yanılgıları kapsamında ele alınan çalışmaların bir kısmı temel geometrik kavramlarla birlikte kavrama dair bir bölüm ayırmışken diğer kısmı ise kavramın bazı bileşenlerine odaklanmıştır. Bu araştırmada farklı olarak kavram Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2013, 2018) dikkate alınarak bir bütün olarak ele alınmıştır. Ayrıca öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin ve olası kavram yanılgılarının tespit edilmesi, onların bu olumsuzlukların üstesinden gelmelerini sağlayacak öğretimin planlaması açısından da önemlidir. Bu nedenle bu çalışmada altıncı sınıf öğrencilerinin açı kavramına dair karşılaştıkları güçlüklerin ve sahip oldukları kavram yanılgılarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Araştırma sorusu ise



“Altıncı sınıf öğrencilerinin açı konusunda karşılaştıkları güçlükler ve sahip oldukları kavram yanlışları nelerdir?” şeklinde belirlenmiştir.

Araştırmanın alt problemleri ise;

- Altıncı sınıf öğrencilerinin açının tanımı, çizimi ve sembolle gösterimi ile ilgili karşılaştıkları güçlükler ve sahip oldukları kavram yanlışları nelerdir?
- Altıncı sınıf öğrencilerinin açının köşesi ve kenarlarını belirtme ile ilgili karşılaştıkları güçlükler ve sahip oldukları kavram yanlışları nelerdir?
- Altıncı sınıf öğrencilerinin açının ölçüsü ile ilgili karşılaştıkları güçlükler ve sahip oldukları kavram yanlışları nelerdir?
- Altıncı sınıf öğrencilerinin komşu, tümler, bütünler ve ters açılar ile ilgili karşılaştıkları güçlükler ve sahip oldukları kavram yanlışları nelerdir?
- Altıncı sınıf öğrencilerinin bir doğruya üzerindeki veya dışındaki bir noktadan dikme çizme ile ilgili karşılaştıkları güçlükler ve sahip oldukları kavram yanlışları nelerdir?

şeklindeki alt boyutlarda ele alınmıştır.

## Yöntem

Araştırma nitel bir durum çalışması olarak desenlenmiştir. Durum çalışması, araştırmanın odağında güncel bir olgunun yer aldığı, araştırmacı kontrolünün olaylar üzerinde nerdeyse olmadığı durumlarda nasıl veya neden sorularını cevaplamak için kullanılan bir araştırma yöntemidir (Yin, 2014). Bu sorulara ek olarak “ne” sorusu da durum çalışması için gerekli görülmekte ve bu kapsamında ele alınmaktadır (Yıldırım & Şimşek, 2016). Bu çalışmada da altıncı sınıf öğrencilerinin geometrinin temel kavramlarından biri olan açı kavramında sahip oldukları kavram yanlışları ve bilgi eksikliklerinin belirlenmesi amaçlanmıştır.

## Katılımcılar

Bu araştırmanın katılımcıları, Türkiye’nin batısında yer alan bir ilin bir devlet okulunda öğrenim gören 25 altıncı sınıf öğrencisidir. Katılımcıların seçilmesi sürecinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme seçilmiştir. Araştırmanın katılımcılarının seçimi için tercih edilen ölçütler: (1) öğrencilerin altıncı sınıfa devam ediyor olması, (2) açılar konusunu biliyor olması ve (3) katılımcı gönüllülüğü olarak belirlenmiştir. Araştırmada altıncı sınıf öğrencilerinin seçilmesinin nedeni geometrinin temel kavramları arasında olan ve öğretim programında başlangıçta görsel düzeyde ele alınan açı kavramına son olarak kavrama ait formal tanımla birlikte altıncı sınıf programında yer verilmiş olmasıdır. Geometrinin ilerleyen konularında da zorluklar yaşanmasına neden olduğu ifade edilen kavrama ait öğrencilerin yaşadığı zorluk ve yanlışların erken dönemde tespiti bu zorluk ve yanlışların derinleşmeden giderilmesi

açısından gerekli ve önemlidir. Katılımcı öğrencilerin tamamı aynı okuldan seçilmiştir. Bunlardan 7 tanesi kız, 18 tanesi erkek öğrenci olup yaş ortalamaları 11 dir.

### Verilerin Toplanması

Öğrencilerin açılar konusundaki kavram yanlışlarının ve bilgi eksiklerinin belirlenmesi amacıyla, ilk olarak literatürde bu konuda yapılan çalışmalar incelenerek açı kavramı ve açılar konusuyla ilişkili literatürde yer alan çalışmalarda bahsi geçen bilgi eksiklikleri, yapılan hatalar ve kavram yanlışları belirlenmiştir. Literatürde yer alan çalışmalarda belirlenen yanlışlar önceki bölümde yer alan Tablo 1’de verilmiş ve açık uçlu ölçme aracının geliştirilmesinde kullanılmıştır. İncelenen çalışmalar sonrasında, araştırmacılar tarafından bu yanlışları incelemeye yönelik ve Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7, 8. Sınıflar) Öğretim Programı’nda (MEB, 2013) yer alan kazanımlara uygun ve herhangi bir hesaplama yapmayı gerektirmeyen 17 geometri sorusundan oluşan açık uçlu bir ölçme aracı hazırlanmıştır. Bu ölçme aracında açının tanımı, açının çizimi, sembolle gösterimi, açının ölçüsü, komşu, tümler, bütünler ve ters açılar ayrıca bir doğruya üzerindeki veya dışındaki bir noktadan dikme çizme ile ilgili öğrenci hata veya yanlışlarını ortaya çıkarabilecek açık uçlu maddeler yer almıştır (bkz Tablo 2).

### Tablo 2.

#### Açık Uçlu Ölçme Aracında Yer Alan Maddelerin Dağılımı

İçerik	Madde Numarası
Açının tanımı	1, 5
Açının çizimi	1, 3
Açının köşesi, kenarları ve sembolle gösterim	1, 2, 3, 4
Açının ölçüsü	6, 7, 8, 17
Komşu, tümler, bütünler ve ters açılar	9, 10, 11, 12, 13, 14
Bir doğruya üzerindeki veya dışındaki bir noktadan dikme çizme	15, 16

Açıların ölçülerinin karşılaştırılmasının istendiği ve çizim içeren maddelere verilecek cevaplar için kareli zemin oluşturulmuştur. Böylece öğrencilerin herhangi bir ölçme aracına (iletki vb.) ihtiyaç duymadan cevap verebilmeleri sağlanmış ve öğrencilerin cevaplarına dair açıklamalar yapmaları istenerek görüşlerini yansıtılmaları sağlanmıştır. Özellikle açıların ölçülerinin karşılaştırılması istenen maddelerde yer alan çizimlerin herhangi bir ölçme aracı kullanılmasına gerek kalmayacak belirginlikte çizilmesindeki amaç öğrencilerin odaklandıkları durumu ortaya çıkarabilmektir. Çizim yapmaları gereken maddeler cetvel vb. bir araç yeterli olacak şekilde oluşturulmuştur. Ölçme aracında herhangi bir kavram yanlışını ortaya çıkarabilecek birden fazla maddeye yer verilmiş herhangi bir yanlışın varlığına götürecek durumlar bu maddelere verilen cevapların tamamında ele alınmıştır. Böylece öğrenci hatalarının dikkatsizlik, bilgi eksikliği veya rastgele cevaplardan kaynaklanması gibi durumlara kanıtlar aranarak, böyle durumların en aza indirilmesi sağlanmaya çalışılmıştır. Daha sonra elde edilen verileri doğrulamak amacıyla bazı öğrencilerin kavrama dair görüşleri tekrar alınmış ve kavram yanlışları olabilecek durumlar belirlenmeye çalışılmıştır.

Hazırlanan maddeler iki matematik eğitimi, bir matematik alan uzmanı olmak üzere üç uzman tarafından incelenerek uzman görüşüne başvurulmuştur. Maddelerin anlaşılabilirliğinin test edilmesi amacıyla bir ortaokul altıncı sınıf öğrencisi ile pilot uygulama yapılmış ve dönütler alınmıştır. İnceleme sonrası alınan dönütler doğrultusunda düzenlemeler yapılmış, bunun üzerine tekrar uzman görüşü alınarak teste son hali verilmiştir. Araştırma kapsamındaki açık uçlu maddelerden örneklere Ek 1’de yer verilmiştir.

Veriler 2017-2018 akademik yılında açılar konusunun işlenmesinden sonra toplanmıştır. Açık uçlu ölçme aracının uygulanmasından sonra, öğrencilerin maddelere ilişkin yanlış anlamalarından ya da ifade eksiklerinden kaynaklanan durumlara açıklık getirmek ve verileri doğrulamak amacıyla bazı öğrencilerle yapılandırılmamış görüşmeler de yapılmıştır. Öğrencilerle yapılan bu görüşmelerde verilen yanlış ve tutarsız cevaplar üzerinde durulmuş ve kavram yanlışlığı olabilecek durumlar belirlenmeye/doğrulanmaya çalışılmıştır.

## **Verilerin Analizi**

Bu araştırmada yaygın olarak karşılaşılan öğrenci güçlükleri ve kavram yanlışlarının belirlenmesi için 25 öğrenciden elde edilen veriler için analiz edilmiştir. Açık uçlu problemlerden oluşan ölçme aracı ile toplanan verilerin analizinde içerik analizinden yararlanılmıştır. İçerik analizi ile öğrencilerin yazılı olarak ifade ettikleri cevaplardan verilerin tanımlanması ve verilerde saklı olabilecek gerçeklerin ortaya çıkarılması amaçlanmıştır (Yıldırım & Şimşek 2016). Araştırmada literatürden açılarla ilgili güçlükler ve kavram yanlışlarına yönelik elde edilen başlıklar, verilerin değerlendirilmesinde kullanılmış ve bulgular bu başlıklarda göz önünde bulundurulmuştur. Bu temalar; açının tanımı ve çeşitleri ile ilgili, açının çizimi ile ilgili, açının sembolle gösterimi ile ilgili, açının ölçüsü ile ilgili, komşu, tümler, bütünler ve ters açılar ile ilgili ve bir doğruya üzerindeki veya dışındaki bir noktadan dikme çizme ile ilgili öğrenci güçlükleri ve kavram yanlışlarıdır.

Araştırmanın güvenilirliğinin sağlanması için veriler bağımsız iki kodlayıcı tarafından kodlanmıştır. Verilerin kodlanması sürecinde araştırmacılar önce literatürdeki kavram yanlışlarını ve bilgi eksiklerini incelemiş, daha sonra literatürden elde edilen kodlar ile kendi ekledikleri kodları belirlemişlerdir. İki kodlayıcı arasındaki anlaşmazlıklar tartışılarak aşılmış ve yüksek yüzdeye sahip olan görüşler ortak görüş tespit edilmiştir (Lincoln & Guba, 1985). Her iki kodlayıcının da ortak karar verdikleri durumlar kavram yanlışlığı ve öğrenci güçlükleri olarak ele alınmıştır. Elde edilen kodlar, konu içeriklerine göre temalaştırılarak sunulmuştur. Araştırmanın geçerliğinin sağlanması amacıyla katılımcı öğrencilerle alanda uzun zaman geçirilmiş, anlaşılmayan/öğrenciler tarafından net ifade edilemeyen cevaplar üzerinden yapılan görüşmeler ile katılımcı teyidi alınmış ve analiz sürecinde derinlemesine betimlemelerden yararlanılmıştır.

## Bulgular

## Açının Tanımı, Çizimi ve Sembolle Gösterimine Yönelik Bulgular

Bu tema kapsamında öğrencilerin açığı tanımlamaları, bir açı çizerek sembolle göstermeleri istenmiştir. Ancak literatürde karşılaşılan öğrencilerin kavramları ifade etmek için yeterli bir dile sahip olmadığı, sözel olarak ifade etmede güçlükler yaşadıkları şeklindeki bulgular (bkz. Tablo 1) dikkate alınmış ve başka bir soruda tanıma ilişkin literatürde karşılaşılan ifadeler ve açının tanımı birlikte görsellerle desteklenerek tekrar ele alınmıştır.

Öğrencilerin açının tanımına ilişkin verdikleri cevaplar incelendiğinde, yalnızca altı öğrencinin (Ö9, Ö14, Ö16, Ö19, Ö21, Ö22) açığı literatüre uygun olarak "Açı başlangıç noktaları aynı olan iki ışının oluşturduğu şekildir." şeklinde tanımlayabildiği görülmüştür. Ancak açının tanımını uygun yapan öğrencilerin bir kısmının "Açı, başlangıç noktaları aynı olan iki ışının arasında kalan bölge midir?" (Ö19, Ö22) sorusuna ve "Açı, başlangıç noktaları aynı olan iki ışının arasındaki açıklık mıdır?" (Ö9, Ö16, Ö19, Ö22) sorusuna evet yanıtını vermeleri dikkat çekmektedir. Bu öğrenciler dışında kalan 19 öğrencinin açı tanımına verdiği çeşitli cevaplar Tablo 3'te özetlenmiştir.

Tablo 3.

## Açının Tanımına İlişkin Öğrenci Cevapları

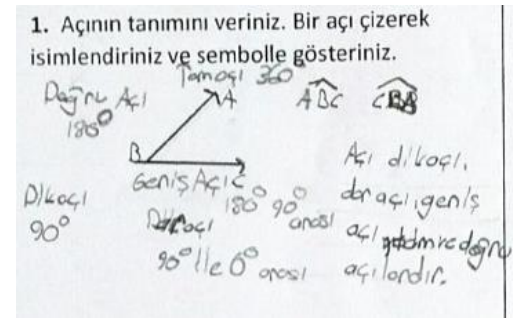
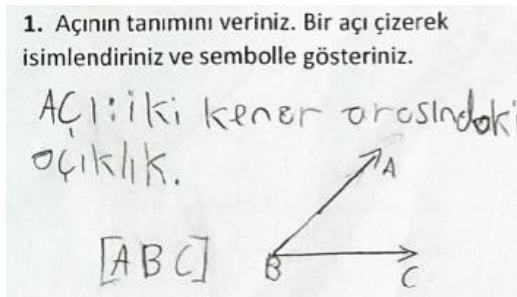
Kodlar	Örnek İfade	Öğrenciler	f
Uygun Tanım	"Açı başlangıç noktaları aynı olan iki ışının oluşturduğu şekildir."	Ö9, Ö14, Ö16, Ö19, Ö21, Ö22	6
Kenarlar arasındaki açıklık	"Açı başlangıç noktaları aynı olan iki ışının arasındaki açıklıktır."	Ö1, Ö5, Ö6, Ö11, Ö12, Ö15, Ö17, Ö24	8
Diğer			
Açının ölçüsü veya açı çeşitleri üzerine açıklamalar	"Açı dik açı, dar açı, geniş açı, tam açı ve doğru açılarıdır."	Ö7, Ö13, Ö20	3
Açıyı betimlemeye yönelik ifadeler	"Açı kenarları olan değişken bir semboldür."	Ö3, Ö18, Ö25	3
Örnek üzerinden yapılan ifadeler	"Bir saatin akrebini ve yelkovanını gördüğümüzde açı görebiliriz."	Ö4	1
Açıklama Yok	---	Ö2, Ö8, Ö10, Ö23	4

Tablo 3'ten de görüldüğü gibi, öğrencilerin büyük bir kısmının (f=8) yanlış cevap verdiği, açının tanımının sorulduğu kısımda "Açı başlangıç noktaları aynı olan iki ışının arasındaki açıklıktır." şeklinde doğrudan açının kenarları arasındaki açıklığa vurgu yaptığı (Ö1, Ö5, Ö6, Ö11, Ö12, Ö15, Ö17, Ö24) görülmüştür (Şekil 1.a). Ayrıca öğrencilerden bir kısmı ise açının tanımı sorulduğunda açının ölçüsü veya açı çeşitleri

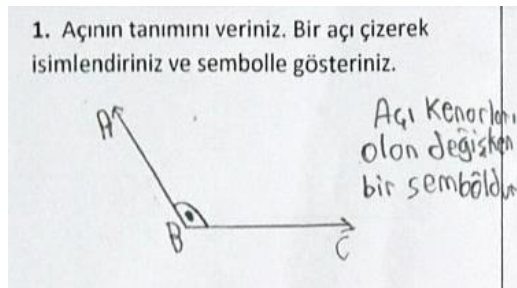
üzerine açıklamalarla (Ö7, Ö13, Ö20) cevaplamıştır. Bu kısımda Ö20'nin yaptığı "Açı dik açı, dar açı, geniş açı, tam açı ve doğru açılarıdır." açıklaması açı çeşitlerine örnek olarak ele alınmıştır (Şekil 1.b). Öğrencilerin bir kısmı ise açıyı betimlemeye yönelik (Ö3, Ö18, Ö25) çeşitli ifadeler kullanmıştır. Bunlardan dikkat çekici olanlardan biri de Ö3'ün "Açı kenarları olan değişken bir semboldür." şeklindeki ifadesidir (Şekil 1.c). Bu kısımda öğrencilerden biri (Ö4) de açı kavramını "Bir saatin akremini ve yelkovanını gördüğümüzde açı görebiliriz." şeklinde örnek ifade üzerinden açıklamıştır. Son olarak dört öğrenci (Ö2, Ö8, Ö10, Ö23) açının tanımına yönelik açık uçlu soruya yanıt vermemiştir.

### Şekil 1.

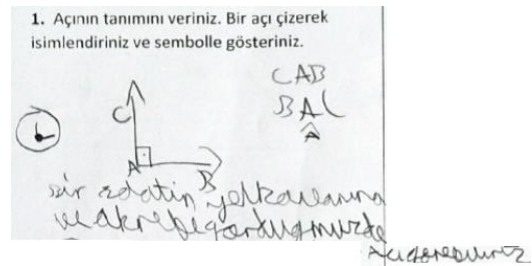
#### Öğrencilerin Açı Tanımına İlişkin Verdikleri Cevaplardan Örnekler



#### a. Ö1'in açı tanımı



#### b. Ö20'nin açı tanımı



#### c. Ö3'ün açı tanımı

#### d. Ö4'ün açı tanımı

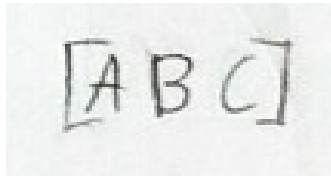
Şekil 1'de de görüldüğü gibi öğrencilerden açı çizimleri istendiğinde çeşitli açıları çizebildikleri görülmüştür. Bu seçimler arasında öğrencilerin en fazla dar açı ve dik açıyı (f=9) çizmeyi, bir kısmının (f=5) geniş açıyı çizmeyi, az sayıda öğrencinin de dar açı, dik açı ve geniş açı çeşitlerinin hepsini (f=1) çizmeyi tercih ettiği görülmüştür. Ayrıca bu soruda bir öğrencinin ise hiç çizim yapmadığı görülmüştür.

Açının sembolle gösterimine ilişkin öğrenci cevapları (Soru 1 ve 4) incelendiğinde, yedi öğrencinin (Ö6, Ö11, Ö12, Ö17, Ö19, Ö20, Ö24) kendi çizdiği açı veya kenarları

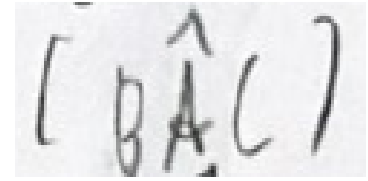
verilen açıya ait sembolü doğru kullandığı görülmüştür. Bu temada incelenen cevaplar çerçevesinde öğrencilerin çoğunun (Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö7, Ö8, Ö10, Ö13, Ö22, Ö23) açının sembolle gösterimine yönelik hataları olduğu da tespit edilmiştir. Öğrenciler açının köşesini doğru belirleyebilseler bile sembolle gösteriminde hataları olması dikkat çekicidir. Özellikle Şekil 2.a' da Ö1'in ve Şekil 2.b' de Ö2'nin sembolle gösterimine yönelik örnekleri verilmiştir.

### Şekil 2.

#### Öğrencilerin Açı Sembolüne Yönelik Yanlış Örnekleri



a. Ö1'e ait sembolle gösterim



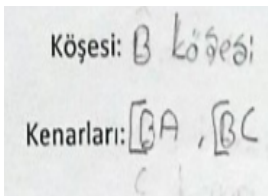
b. Ö2'ye ait sembolle gösterim

### Açının Köşesi ve Kenarlarını Belirtmeye Yönelik Bulgular

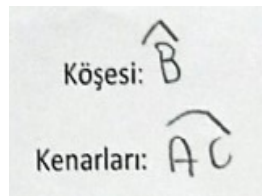
Bu tema ile ilgili olarak öğrencilerden "bir  $\widehat{ABC}$ 'nin köşesini ve kenarlarını belirtmeleri" (şekil verilmeden) istenmiştir. Açının köşesi ve kenarlarını belirtme konusunda öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler ve sahip oldukları kavram yanılgıları Tablo 4'te görülmektedir. Burada yalnızca üç öğrenci (Ö16, Ö20, Ö24) açının kenarlarının birer ışın olduğunu belirtmiş ve sembolle göstermiştir (Şekil 3.a). Bu öğrenciler dışındaki dokuz öğrencide (Ö3, Ö6, Ö8, Ö10, Ö12, Ö15, Ö20, Ö21, Ö24) ise köşe veya kenarları açı olarak ifade etme eğilimi (Şekil 3.b ve Şekil 3.c) görülmüştür. Ayrıca 16 öğrenci ise açının köşesini "B" olarak ifade etmiş ve nokta olduğunu belirtmemiştir. Bu durumu teyit etmek için yapılan görüşmelerde de öğrencilerin yine B noktası şeklinde ifade edemedikleri görülmüştür.

### Şekil 3.

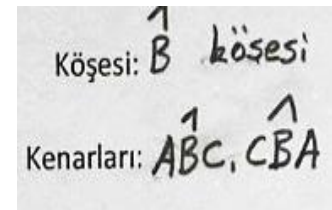
#### Öğrencilerin Açının Köşe Ve Kenarlarına Yönelik Cevapları



a. Ö16' nın cevabı



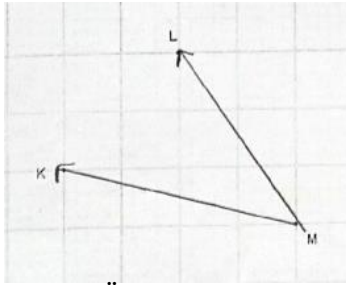
b. Ö3' ün cevabı



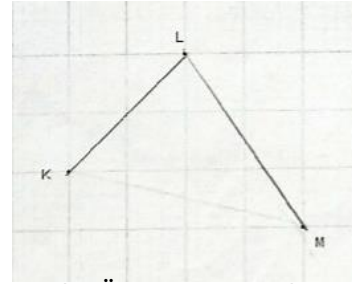
c. Ö10' un cevabı

**Şekil 4.**

## Öğrencilerin Açının Yanlış Çizimine Yönelik Örnekleri



a. Ö 13' ün cevabı



b. Ö 17' nin cevabı

Açının çizimi ile ilgili soruda öğrencilerden kareli zemin üzerinde verilen K, L ve M noktalarını kullanarak  $\widehat{KLM}$ 'ni çizmeleri istenmiştir. Bu soruda öğrencilerden ikisinin (Ö3, Ö13) yanlış çizim yaptığı (Şekil 4.a), üç öğrencinin (Ö11, Ö17, Ö25) ise açığı doğru konumlandırmasına rağmen kenarlarını ışın yerine doğru parçası olarak çizdiği (Şekil 4.b), diğer öğrencilerin ise açığı doğru bir şekilde konumlandığı gözlemlenmiştir. Burada öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun sembolü verilen açığı çizmede sıkıntı yaşamadığı görülmüştür.

**Tablo 4.**

## Açının Köşesi Ve Kenarlarını Belirtmeye Yönelik Güçlükler Ve Yanılgılar

Kodlar	Öğrenciler	f
Açının köşesini ve kenarlarını belirtebilme	Ö16, Ö20, Ö24	3
Köşe veya kenarları açı olarak ifade etme eğilimi	Ö3, Ö6, Ö8, Ö10, Ö12, Ö15, Ö20, Ö21, Ö24	9
Açının yanlış çizimi	Ö3, Ö13	2
Açının kenarlarını doğru parçası olarak çizme	Ö11, Ö17, Ö25	3

**Açının Ölçüsüne Yönelik Bulgular**

Bu temaya ilişkin öğrencilere sorulan dört soruda açının ölçüsünün kollarının uzunluğuna bağlı olarak değişip değişmediği (Şekil 5, Şekil 6, Şekil 7, Şekil 11), taranan iç bölgenin büyüklüğüne göre değişip değişmediği (Şekil 10), ölçüyü işaret eden yayın uzunluğuna göre değişip değişmediği (Şekil 8, Şekil 10) üzerindeki var olan öğrenci hatalarını veya yanılgılarını ortaya çıkarabilmek amaçlanmıştır. Açının ölçüsüne yönelik öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler ve sahip oldukları kavram yanılgıları Tablo 5'te görülmektedir.

Tablo 5.

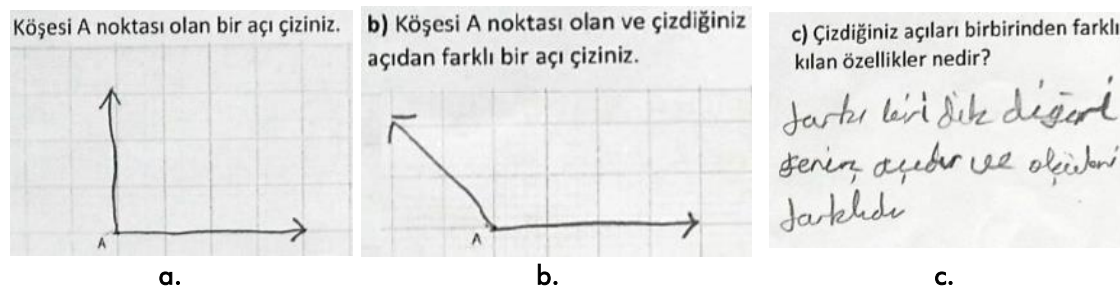
## Açının Ölçüsüne Yönelik Güçlükler Ve Yanılgılar

Kodlar	Öğrenciler	f
Açının ölçüsünün kollarının uzunluğuna bağlı olma	Ö5, Ö6, Ö16, Ö18, Ö21, Ö22, Ö25	7
Taranan iç bölgenin büyüklüğüne bağlı olma	Ö5, Ö10, Ö22	3
Ölçüyü işaret eden yayın uzunluğuna bağlı olma	Ö1, Ö4, Ö5, Ö8, Ö10, Ö13, Ö15, Ö18, Ö20, Ö22	10

Öğrencilerden ilk olarak bir açı çizmeleri ve köşesi bu açı ile aynı olacak farklı bir açı çizmeleri istenmiş, devamında ise bu açıları birbirinden farklı kılan özellikleri belirtmeleri istenmiştir (Şekil 5). Literatürde benzer yaklaşımlarda aynı ölçüye sahip fakat farklı konumlandırılmış açıların eş olmadığı, aynı veya farklı şekilde konumlandırılrsa da açıların ölçülerinin belirlenirken kenarlarının uzunluğu, ölçüyü işaret eden yayın uzunluğu vb. ile ilişkilendirildiğine dair bulgular (bkz. Tablo 1) yer almaktadır. Bu soruya ilişkin bulgular incelendiğinde iki öğrenci (Ö5, Ö23) dışındaki tüm öğrencilerin soruda istenen iki açıyı çizebildikleri görülmüştür. Bu öğrenciler iki açıyı birbirinden farklı kılan özellikler olarak “kenarları arasındaki açıklık” (Ö1, Ö6, Ö9, Ö11, Ö13, Ö14), “ölçüleri” (Ö2, Ö7, Ö10, Ö12, Ö18, Ö19, Ö22) veya “çeşitleri” (Ö2, Ö3, Ö4, Ö7, Ö8, Ö13, Ö15, Ö17, Ö18, Ö20, Ö21, Ö24, Ö25) şeklinde yanıtlar verdikleri görülmüştür. Açı ölçülerine ve çeşitlerine vurgu yapan öğrencilere Ö18’in “farkı biri dik diğeri geniş açıdır ve ölçüleri farklıdır” şeklinde verdiği cevap örnek olarak alınmıştır (Şekil 5.c).

Şekil 5.

## Ö18’ in Cevabı



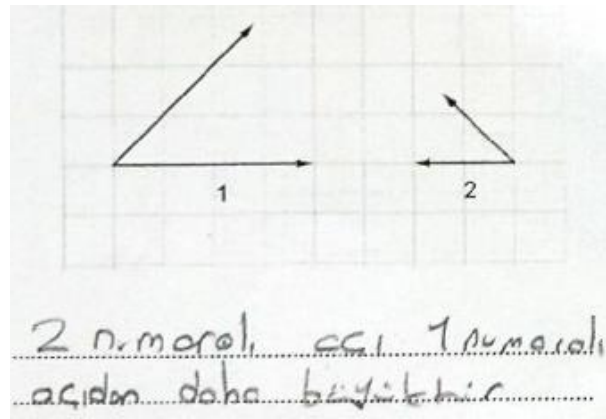
Bu temaya ilişkin bir başka soruda, kenarları farklı uzunlukta eş iki açı; ölçüsü birbirinden farklı olan ve ölçüsü küçük olanın kenarları uzun çizilmiş olarak verilmiş üç açı; ölçüsü küçük olan açıda ölçüyü işaret eden yayın uzunluğu daha uzun verilmiş iki açı ve ölçüsü küçük olanın büyük olana göre iç bölgesinde daha çok taralı alan ayrılmış iki açı verilmiştir. Öğrencilerden verilen tüm durumlar (Şekil 6, Şekil 7, Şekil 8, Şekil 9) için açıların ölçülerini karşılaştırılması istenmiştir.



Kenarları farklı uzunlukta verilen eş iki açının ölçülerinin karşılaştırılmasına yönelik öğrenci cevapları incelendiğinde, yedi öğrencinin (Ö5, Ö6, Ö16, Ö18, Ö21, Ö22, Ö25) verilen açılardan eş olduğunu fark edemediği görülmüştür. Bu öğrencilerden ikisi (Ö16, Ö25) diğerlerinden farklı olarak kenarları kısa çizilen açının ölçüsünün uzun çizilene göre büyük olduğunu iddia etmiştir. Bu duruma örnek olarak Ö25'in cevabı Şekil 6'da verilmiştir.

### Şekil 6.

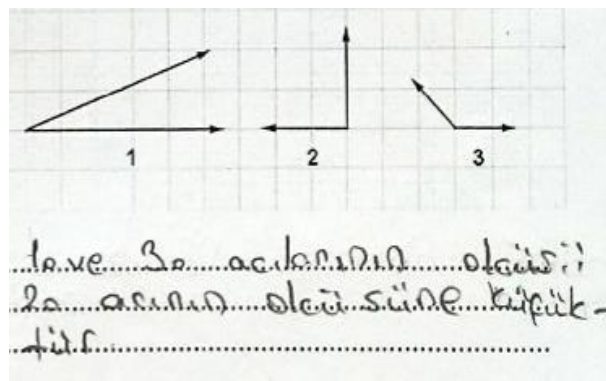
Öğrenci 25' in Cevabı



Ölçüsü birbirinden farklı olan ve ölçüsü küçük olanın kenarları uzun çizilmiş olarak verilmiş üç açının ölçülerinin kıyaslanmasına yönelik öğrenci cevapları incelendiğinde, iki öğrencinin (Ö5, Ö22) yanlış karşılaştırma yaptığı görülmüştür. Bu duruma Ö22'nin cevabı örnek olarak verilmiştir (Şekil 7).

### Şekil 7.

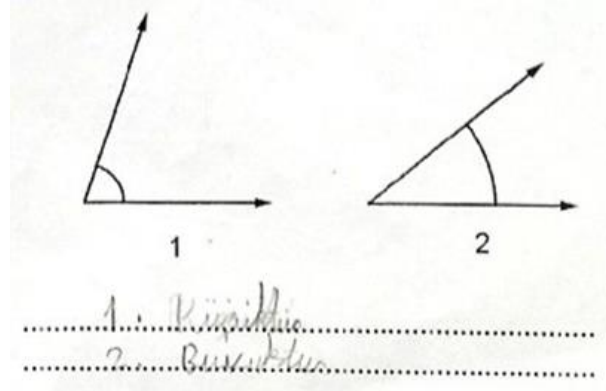
Öğrenci 22'nin Cevabı



İki açının ölçüsünün, ölçüsü küçük olan açının ölçüsünü işaret eden yayın uzunluğunun ya da başka bir deyişle ölçüyü ifade eden yayın yarıçapının daha uzun olduğu durumda kıyaslanmasına yönelik bulgular incelendiğinde bir öğrencinin (Ö5) doğru karşılaştırma yapamadığı görülmüştür.

## Şekil 8.

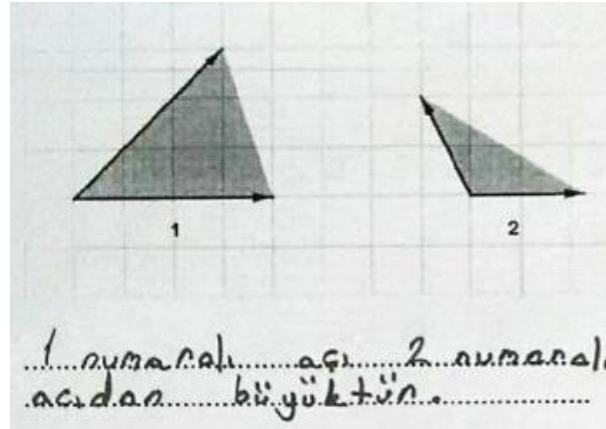
Öğrenci 5'in Cevabı



İki açının ölçüsünün, ölçüsü küçük olanın büyük olana göre iç bölgesinde daha çok taralı alan ayrılmış olduğu durumda kıyaslanmasına yönelik bulgular incelendiğinde ise üç öğrencinin (Ö5, Ö10, Ö22) doğru bir karşılaştırma yapamadığı görülmüştür. Burada da Ö10'un verdiği cevap örnek gösterilmiştir (Şekil 9).

## Şekil 9.

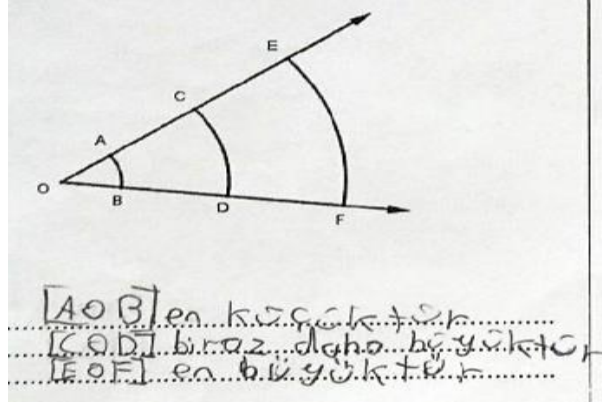
Öğrenci 10'un Cevabı



Bu temaya ilişkin sorulan farklı bir soruda öğrencilerden, aynı açı üzerinde verilen farklı yayların açının kenarlarını kestiği noktalara göre isimlendirilen açının (üç farklı şekilde isimlendirilen açının) ölçülerini karşılaştırılması istenmiştir (Şekil 10). Bulgular incelendiğinde bir öğrencinin (Ö15) soruyu cevaplayamadığı, dokuz öğrencinin (Ö1, Ö4, Ö5, Ö8, Ö10, Ö13, Ö18, Ö20, Ö22) ise verilen şekilde tek bir açı olduğunu göremediği ve en uzun yayın ifade ettiği durumda ölçünün diğerlerinden büyük olduğunu ifade ettiği görülmüştür. Bu duruma örnek olarak Ö1'in cevabı Şekil 10'da verilmiştir.

## Şekil 10.

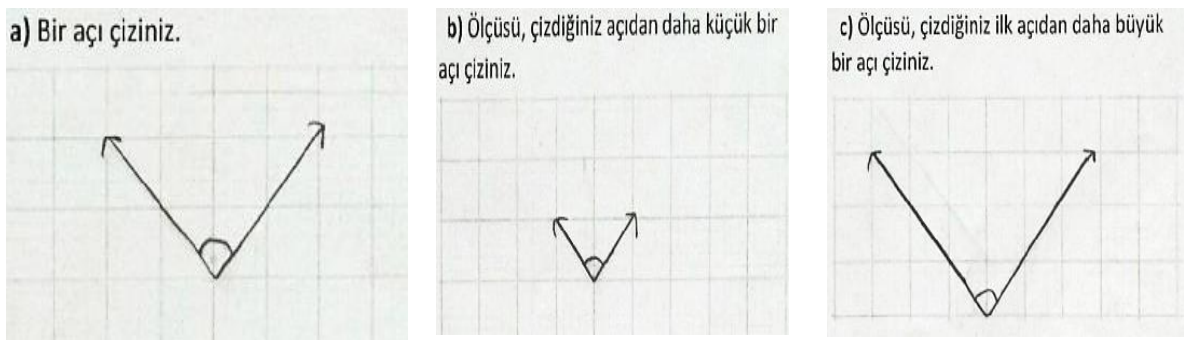
Öğrenci 1'in Cevabı



Bu temaya ilişkin sorulan diğer bir soruda öğrencilerden; bir açı çizmeleri, daha sonra ölçüsü çizdikleri açıdan daha küçük ve daha büyük olan birer açı çizmeleri istenmiştir (Şekil 11). Bulgular incelendiğinde altı öğrencinin (Ö5, Ö13, Ö15, Ö21, Ö22, Ö25) beklenen cevabı veremediği gözlenmiştir. Bu öğrencilerden üçü (Ö5, Ö13, Ö22) çizmiş oldukları ilk açının kenarlarını kısa ve uzun çizmek yoluyla birer açı çizmişlerdir. Örneğin Ö22'nin çizmiş olduğu açılar Şekil 11'de verilmiştir. Özellikle öğrencilerden Ö5 ve Ö22'nin Şekil 6 ve Şekil 10'da verilen sorularda da aynı hatayı yapması sahip oldukları kavram yanılığına yönelik dikkat çekici bir bulgudur.

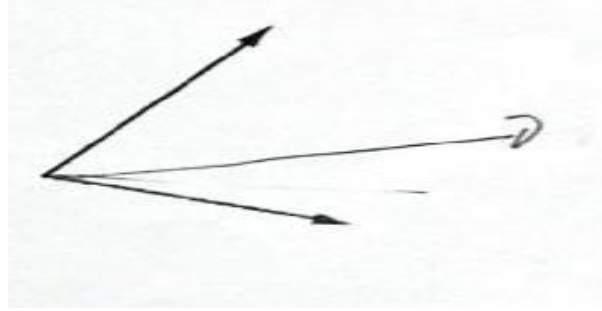
## Şekil 11.

Öğrenci 22'nin Cevabı



## Komşu, Tümler, Bütünler ve Ters Açılara Yönelik Bulgular

Öğrencilerin komşu, tümler, bütünler ve ters açılara yönelik öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler ve sahip oldukları kavram yanılığları Tablo 6'da görülmektedir.

**Şekil 12.***Öğrenci 21'in Cevabı*

Komşu açı çizimine yönelik bulgular incelendiğinde, öğrencilerden beşinin (Ö1, Ö8, Ö18, Ö21, Ö22) bir açıya komşu olan bir açı çizemedikleri, bunlardan üç öğrencinin (Ö1, Ö8, Ö21) ise verilen açıya komşu olan bir açı çizmek yerine Şekil 12'de görüldüğü gibi verilen açının iç bölgesinde bir ışın çizerek verilen açıya komşu açı çizmek yerine açığı komşu iki açıya ayırdıkları görülmüştür.

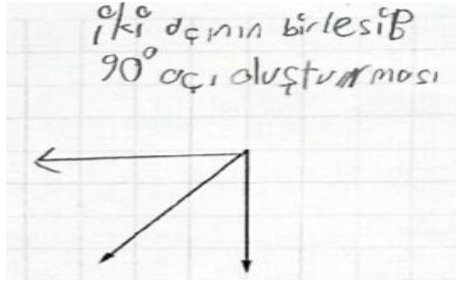
**Tablo 6.***Komşu, Tümler, Bütünler Ve Ters Açılara Yönelik Yönelik Güçlükler Ve Yanılgılar*

Kodlar	Öğrenciler	f
Bir açıya komşu olan açığı çizme	Ö1, Ö8, Ö18, Ö21, Ö22	5
Tümler açığı tanımlayamama	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö8, Ö13, Ö14, Ö16, Ö22, Ö23, Ö24, Ö25	12
Tümler açığı çizememe	Ö3, Ö4, Ö5, Ö8, Ö13, Ö18, Ö21, Ö24, Ö25	9
Bütünler açığı tanımlayamama	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö8, Ö13, Ö14, Ö16, Ö22, Ö23, Ö24, Ö25	12
Bütünler açığı çizememe	Ö3, Ö4, Ö5, Ö8, Ö18, Ö20, Ö21, Ö22	8

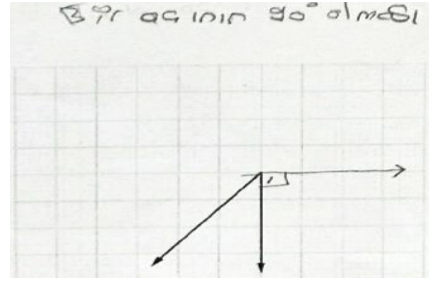
Tümler açılara yönelik bulgular incelendiğinde, ilk olarak bu kavrama ilişkin tanım bilgisi ele alınmıştır. Burada 13 öğrencinin genel olarak doğru bir tanım yapabildiği, yedi öğrencinin (Ö1, Ö4, Ö5, Ö8, Ö13, Ö24, Ö25) doğru tanımı yapamadığı, beş öğrencinin (Ö3, Ö14, Ö16, Ö22, Ö23) ise hiçbir açıklama yapamadığı görülmüştür. Tümler açının tanımlanmasından sonra çizimine ilişkin bulgular incelenmiştir. Öğrencilerden verilen açının komşu tümlerini çizmeleri istendiğinde 16 öğrenci verilen açının komşu tümlerini çizebilmiş (Şekil 13.a), dokuz öğrenci (Ö3, Ö4, Ö5, Ö8, Ö13, Ö18, Ö21, Ö24, Ö25) ise çizememiştir (Şekil 13.b). Bununla birlikte iki öğrenci (Ö18, Ö21) doğru bir tanım yapabildiği halde verilen açının komşu tümleri olan açığı çizememiştir. Ayrıca doğru tanım yapamayan bir öğrenci (Ö1) ile tanım istendiğinde cevaplayamayan dört öğrenci (Ö14, Ö16, Ö22, Ö23) istenen çizimi yapabilmıştır.

## Şekil 13.

## Tümler Açıya İlişkin Öğrenci Cevapları



a. Ö9'un cevabı

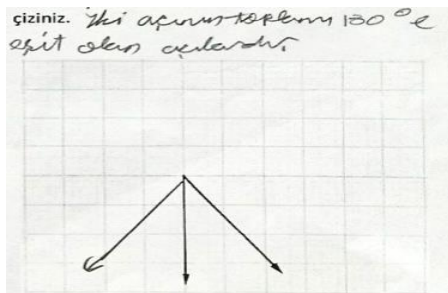


b. Ö25'in cevabı

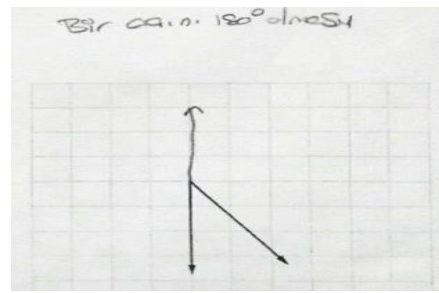
Bütünler açılara yönelik bulgular incelendiğinde, tümler açılara benzer şekilde yine ilk olarak bu kavrama ilişkin tanım bilgisi ele alınmıştır. Öğrencilerden bütünler açıları tanımlamaları istendiğinde 13 öğrencinin genel olarak doğru bir tanım yapabildiği, altı öğrencinin (Ö1, Ö4, Ö5, Ö8, Ö13, Ö25) doğru tanımlı yapamadığı, altı öğrencinin (Ö3, Ö14, Ö16, Ö22, Ö23, Ö24) ise herhangi bir açıklama yapamadığı görülmüştür. Bütünler açının tanımlanmasından sonra çizimine ilişkin bulgular incelenmiştir. Öğrencilerden verilen açının komşu bütünlerini çizmeleri istendiğinde, 17 öğrencinin verilen açının komşu bütünler açısını çizemediği, sekiz öğrencinin (Ö3, Ö4, Ö5, Ö8, Ö18, Ö20, Ö21, Ö22) ise çizemediği görülmüştür. Tanıma yönelik bulgularla birlikte öğrenciler tarafından yapılan çizimler değerlendirildiğinde ise; üç öğrencinin (Ö18, Ö20, Ö21) doğru bir tanım yapabildiği halde verilen açının komşu bütünleri olan açıyı çizemediği (Şekil 14.a) görülmüştür. Bununla birlikte doğru tanım yapamayan üç öğrenci (Ö1, Ö13, Ö25) ile hiçbir açıklama yapmayan dört öğrencinin (Ö14, Ö16, Ö23, Ö24) ise istenen çizimi yapabildiği gözlemlenmiştir. Şekil 14.b'de Ö25'in doğru tanım yapamadığı halde bütünler açıları çizemediği görülmektedir.

## Şekil 14.

## Öğrenci 21 Ve 25'in Cevapları



a. Ö21'in cevabı



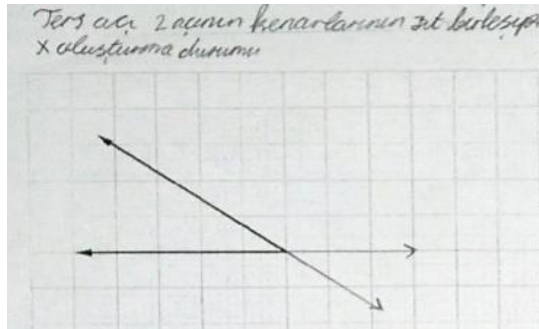
b. Ö25'in cevabı

Ters açıların tanımına yönelik bulgular incelendiğinde, sadece iki öğrencinin (Ö6, Ö19) ters açıları doğru tanımlayabildiği görülmüştür. Burada 14 öğrencinin doğru bir tanım yapmadığı, 9 öğrenci (Ö3, Ö9, Ö11, Ö13, Ö14, Ö20, Ö22, Ö23, Ö25) ise hiçbir açıklama yapamadığı gözlenmiştir.

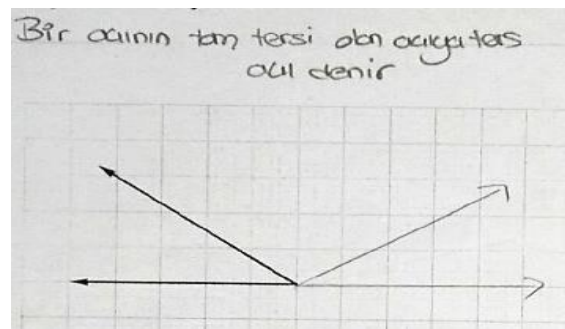
Öğrencilerin ters açılara ilişkin yaptıkları tanımlardan sonra verilen açının tersi olan açığa ilişkin çizimleri incelendiğinde, 11 öğrencinin verilen açının ters açısını çizebildiği görülmüştür. Ancak bu çizimler yaptıkları tanımlarla birlikte değerlendirildiğinde hem tanımı hem de çizimi yeterli olan iki öğrenci (Ö6, Ö19) olduğu; bunun yanında doğru tanım yapamamış beş öğrenci (Ö1, 2, 15, 16, 21) ile tanıma hiçbir açıklama yapmamış dört öğrencinin (Ö9, Ö11, Ö14, Ö22) istenen çizimi yapabildiği görülmüştür. Ayrıca yanlış çizim yapan öğrencilerin çoğu açıların sadece birer kenarlarını zıt ışınlar olarak çizmişlerdir (Ö3, Ö4, Ö5, Ö7, Ö8, Ö13, Ö18, Ö20, Ö24). Şekil 15'te öğrencilerin ters açılara yönelik yaptıkları tanımlar ve çizimlerden örnekler görülmektedir.

### Şekil 15.

#### Öğrencilerin Ters Açılara Yönelik Yaptıkları Tanımlar ve Çizimler



a. Ö19'un cevabı



b. Ö24'ün cevabı

### Bir Doğruya Üzerindeki veya Dışındaki Bir Noktadan Dikme Çizme İle İlgili Bulgular

Son olarak öğrencilerin verilen bir doğruya dışındaki ve üzerindeki bir noktadan dikme çizme ile ilgili bilgileri ve hataları incelenmiştir. Bu temaya yönelik öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler ve sahip oldukları kavram yanılgıları Tablo 7'de görülmektedir.

#### Tablo 7.

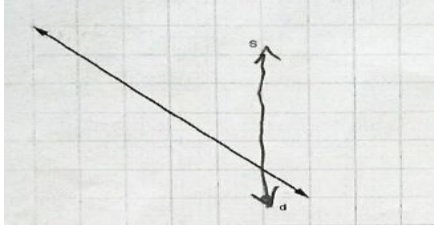
##### Bir Doğruya Üzerindeki Veya Dışındaki Bir Noktadan Dikme Çizmeye Yönelik Güçlükler Ve Yanılgılar

Kodlar	Öğrenciler	f
Bir doğruya dışındaki bir noktadan dikme çizme	Ö2, Ö5, Ö22	3

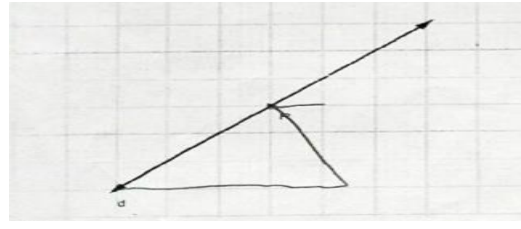
Doğru çizim yapamayan öğrencilerin bulgularında dikmeyi kâğıdın kenarına paralel olarak konumlandırma eğilimi olduğu gözlemlenmiştir (Şekil 16.a).

### Şekil 16.

#### Öğrenci 2 Ve 5'in Cevapları



a. Ö2'nin cevabı



b. Ö5'in cevabı

Bir doğruya üzerindeki bir noktadan dikme çizilmesine ilişkin bulgular incelendiğinde, iki öğrencinin (Ö5, Ö22) çizimi yapamadığı ve bir öğrencinin (Ö8) ise herhangi bir çizim yapmadığı görülmüştür (Şekil 16.b).

## Sonuç ve Tartışma

Araştırma sonucunda, öğrencilerin açının tanımı, çizimi ve sembolle gösterimine; köşesi ve kenarlarını belirtmeye, ölçüsüne; çeşitlerine yönelik ve bir doğruya dik çizme konusunda bilgi eksikleri ve kavram yanılgıları olduğu tespit edilmiştir.

Öğrencilerin açının tanımına yönelik en belirgin yanılgısı açığı "başlangıç noktaları aynı olan iki ışının arasında kalan açıklık" olarak belirtmeleri, diğer öğrenci açıklamaları ise açının çeşitleri ile ilişkilendirilen, açığı betimlemeye yönelik ve örnek üzerinden yapılan ifadelerden oluşmaktadır. Burada öğrencilerin tarihsel süreçte (Keiser, 2004) olduğu gibi açının tanımı ve ölçüsüyle ilgili deneyimleri incelendiğinde benzer zorluklar yaşadıkları söylenebilir. Keiser'in (2004) çalışmasında belirttiği, tarihsel gelişim sürecinde olduğu gibi öğrencilerin açı kavramı ile ilgili birden fazla ifadeyi kullanarak hataya düşmeleri bu kavramın çok yönlü oluşunun olağan bir sonucu olarak gözükmektedir. Erbay (2016) ise öğrencilerin açı tanımlarındaki eksikliklerin farklı veya yanlış bir tanım öğrenmelerinden ziyade okulda kavramı tam olarak öğrenmeden geçmelerinden kaynaklanabileceğini ifade etmiştir.

Yapılan araştırmalar (Çetin & Dane, 2004; Kılıç, Temel & Şenol, 2015; Yazgan, Argün & Emre, 2009; Yeşildere, 2007) öğretmenlerde de açı tanımıyla ilgili kavram yanılgılarının olduğunu göstermektedir. Kılıç, Temel ve Şenol (2015) da çalışmasında sınıf öğretmeni adaylarının ve matematik öğretmenliği alanında formasyon eğitimi alan öğretmen adaylarının da açı kavramına yönelik bu kavram yanılgısına sahip olduğunu belirlemiştir. Bu durum araştırmadan elde edilen bu sonucun

açıklanmasında öğretmenlerin sahip olduğu bu yanılığın öğrencilerin açı kavramına ilişkin algılarını etkileyebileceği görüşünden kaynaklandığını düşündürmektedir. Çetin ve Dane (2004) tarafından yapılan çalışmada ise; sınıf öğretmeni adaylarının geometride geçen temel kavramları tanımlayamadıkları ve uygulayamadıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin açı kavramı ile ilk kez ilköğretimin birinci kademesinde karşılaştıkları düşünüldüğünde sınıf öğretmenlerinin algılarının da öğretimlerini ve dolayısıyla öğrencilerin karşılaştıkları güçlükleri ve kavram yanılıklarını açıklayabileceği düşünülebilir.

Bu araştırmada öğrencilerden bir açı çizmeleri istendiğinde ise en fazla dar açı ve dik açıyı çizmeyi tercih ettikleri görülmüştür. Literatürde de açı çizimlerinde prototip olarak dik açı çizme eğilimi vurgulanmıştır (Baldy vd., 2005; Bütüner & Filiz, 2017; Devichi & Munier, 2013; Doyuran, 2014). Örneğin Baldy ve diğerleri (2005) yaptığı çalışmada öğrencilerden herhangi bir açı çizmeleri istendiğinde genellikle dik açı çizdikleri ve geniş açıyı açı olarak kabul etmeme eğiliminde oldukları görülmüştür. Öğrencilerin dik açıyı özellikle tercih etmelerinin nedeni ilköğretimin birinci kademesinden itibaren öğretim sürecinde açıları dik olan dörtgenlerle karşılaştırılmaları olarak açıklanmıştır (Devichi & Munier, 2013). Bu araştırmada öğrencilerin ilköğretim birinci kademedeki öğrenme süreçlerinin takip edilememiş olması, prototip olarak dik açıyı çizme eğilimlerinin ön öğrenme sürecinden kaynaklı olabileceğini düşündürmektedir.

Açının sembolle gösterilmesi istendiğinde, öğrencilerin çoğunun doğru sembolleri kullanmada zorluk yaşadığı, köşeyi doğru belirleyebilseler bile gösterimde hataları olduğu da tespit edilmiştir. Bunun yanında öğrencilerden bazılarının köşe veya kenarların sembolle gösteriminde açı sembolü kullanma, bazılarında ise açının köşesinin nokta olduğunu belirtmeme şeklinde hatalara rastlanmıştır. Buna rağmen öğrencilerden belirli bir açının çizimi istendiğinde ise öğrencilerin sembolü verilen açıyı çizmede sıkıntı yaşamadığı görülmüştür. Doyuran (2014) da çalışmasında, açının sembolle gösteriminde bu çalışmada görülen öğrenci hatalarına benzer hatalar yapıldığına yer vermiştir. Öğrencilerin sembol kullanımında yaptığı bu hataların öğretim sürecinde sembol kullanımına yetersiz vurgu yapılması olduğu söylenebilir. Matematik semboller yardımıyla anlatıldığından, öğrencilerin bu sembolik dili öğrenmesi ve matematiksel dili kullanmasına yardımcı olmalıdır (Çalıköğlü Bali, 2002).

Açının köşesi ve kenarlarını belirtmeye yönelik olarak öğrencilerin en sık yaptığı hatanın "açının köşe ve kenarlarını açı olarak ifade etme" eğilimi olduğu görülmektedir. Ayrıca araştırmada birçok öğrencinin açının köşesinin nokta olduğunu vurgulamadığı ve az sayıda öğrencinin de açıyı yanlış çizme veya açının kollarını doğru parçası olarak çizme gibi hatalarına da rastlanmıştır. Bu durumun öğretim sürecinde açının bileşenlerinin kavranamaması veya nokta-ışın-açı kavramlarının yeterince ilişkilendirilememesi gibi nedenlerden dolayı öğrencilerde açı kenarı kavramına ilişkin anlamlı öğrenmeler sağlanamamasından kaynaklı olabileceği düşünülmektedir. Bu durumda öğrencilerin yaşadıkları zorlukların ve kavram yanılıklarının aşılabilmesi için öğretim sürecinin gözden geçirilmesi ve karşılaşılan zorluklara yönelik öğretim yapılması gerekebilir.



Öğrencilerin açının ölçüsü ile ilişkili olarak; "açının ölçüsünün kollarının uzunluğuna bağlı olarak değiştiğine" yönelik kavram yanlışlığına sahip olduğu görülmektedir. Literatür incelendiğinde de açılar konusunda benzer sonuçlara rastlanılmıştır (Devichi & Munier, 2013; Keiser, 2004; Mitchelmore, 1998). Doyuran (2014) bu yanlışlığın nedenini; öğrencilerin açının kollarının birer ışın olduğunu bilmemesinden kaynaklandığı şeklinde ifade etmiştir. Bu araştırmada da benzer şekilde öğrencilerin açının kenarlarının uzadığını ya da kısaldığını göz önüne almamalarıyla Doyuran'ın (2014) sonucu benzerlik taşımaktadır. Bir başka açıdan inceleyen Devichi ve Munier (2013) ise dik açığa yönelik prototip çizimleri yapma eğiliminde olan öğrencilerde açının ölçüsünün kollarına bağlı olarak değiştiğine yönelik yanlışlığın fazla olduğunu ancak bu prototip çizimleri çizme eğilimi göstermeyen öğrencilerin açı kavramını öğrenme sürecinde farklı açıları ayırt ederken açıklık kavramını geliştirdiklerini vurgulamıştır.

Araştırmada açının ölçüsü ile ilgili olarak; öğrencilerden bir kısmının "ölçüyü işaret eden yayın uzunluğu" ya da başka bir deyişle "ölçüyü ifade eden yayın yarıçapı" ile ilişkilendirmeye yönelik, az sayıda öğrencinin ise "açının ölçüsünün taranan iç bölgenin büyüklüğüne göre değiştiğine" yönelik kavram yanlışlığına sahip oldukları görülmüştür. Yapılan çalışmalarda da açının ölçüsünü işaret eden yayın uzunluğuna göre açı ölçüsünün değiştiğine (Bütüner & Filiz, 2017; Keiser, 2004; Mitchelmore, 1998) veya açının ölçüsünün taranan iç bölgenin büyüklüğüne göre değiştiğine (Bütüner & Filiz, 2017) yönelik benzer sonuçlar tespit edilmiştir. Özellikle Keiser'in (2004) çalışmasında açının ölçüsüne yönelik öğrenci açıklamalarının çoğunlukla açının ölçüsü olarak ışınlar arasındaki doğrusal uzaklık, ışınların uzunluğu, ışınlar arasında kalan alan veya ışınlar arasında çizilen yayın uzunluğu bir açının ölçüsüdür gibi çeşitli ifadeler yer verdiği görülmüştür.

Açının ölçüsüne yönelik öğrenci zorluklarına ve kavram yanlışlıklarına bu kadar çok rastlanması, eğitim-öğretim sürecinin en önemli bileşenlerinden biri olan öğretmenlerin yetersiz alan bilgisine sahip olmasından kaynaklanabilir. Yazgan, Argün ve Emre (2009) matematik öğretmenlerinin kullandıkları sunumlar açısından "açı" kavramı ve "açının ölçüsü" hakkında yeterli bilgiye sahip olmadığı sonucuna varmıştır. Öğretmenlerin açı kavramı üzerinde yetersiz alan bilgisine sahip olduğu görülmüş, bunun önceki (ilk, orta ve orta öğretim) eğitimlerinden kaynaklandığı, lisans müfredatında öğrendikleri ile okullarda öğrencilere öğrettikleri arasındaki boşluğu kapatamayacakları ifade edilmiştir. Bu bağlamda Yeşildere (2007) de ilköğretim matematik öğretmen adaylarının %20'sinin matematiksel kavramları yanlış kullandıklarını, rastlanan yanlışlardan birinin ise, "açı ölçüsü" yerine "açı" kavramının kullanımı olduğunu belirtmiştir. Bu bağlamda öğretmenlerin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimler verilerek alan bilgilerinin geliştirilmesi ve öğrencilerde oluşması muhtemel kavram yanlışlıklarını tespit ederek öğretim sürecini planlamaya yönelik eğitimler almaları oldukça önemlidir.

Araştırmada öğrencilerin komşu, tümler, bütünler ve ters açıları tanımlamada ve çizimde çeşitli zorluklar yaşadıkları sonucuna da ulaşılmıştır. Erbay (2016) yaptığı çalışmada altıncı sınıf öğrencilerinin komşu, tümler ve bütünler açılara yönelik

bilgilerinin ezbere dayalı bilgilerle sınırlı kaldığını ve alışık olduklarından farklı sorularla karşılaştıklarında başarısız olduklarından bahsetmiştir. Taylan ve Aydın (2018) çalışmasında altıncı sınıf öğrencilerinin bu açılarla ilgili hesaplama sorularını yapmalarına rağmen bu açıları tanımlayamadığını vurgulamış, bunun sebebinin ise ülkemizde çoktan seçmeli sınavların yaygın olarak kullanılmasıyla açıklamıştır. Bu araştırmada da öğrencilerin herhangi bir hesaplama yapmaya dayanmayan ve alışık oldukları sorulardan farklı sorularla karşılaştıklarından çeşitli zorluklar yaşadığı görülmüştür. Geometri konularının öğretim sürecinde komşu, tümler, bütünler ve ters açıları tanımlamada ve çizmede soru türleri çeşitlendirilmeli işlemsel anlamadan ziyade kavramsal anlamaya yönelik sorulara da bu süreçte yer verilmelidir.

Öğrencilerin bir kısmının da “doğruya dışındaki veya üzerindeki bir noktadan dikme çizmeye” yönelik bilgi eksikleri ve hataları saptanmıştır. Bütüner ve Filiz (2017) çalışmasında benzer yanılığın bahsetmiş ve özellikle öğrencilerin kağıdın uzun kenarına paralel şekilde çizilen doğruların verilen herhangi bir doğruya dik olduğu ve bir doğrunun üzerindeki noktadan doğruya dik çizilemeyeceği inancına sahip olduğundan bahsetmiştir. Oysa Karakuş (2014) bir doğruya dışındaki veya üzerindeki bir noktadan dik doğru inşa etmenin Smart (1993) tarafından Öklid geometrisindeki temel inşalardan biri olduğunun ifade edildiğini ve bunun daha karmaşık geometri problemlerini çözmede etkili olduğunu vurgulamıştır. Bu bağlamda bu çalışmada da görüldüğü gibi öğrencilerin güçlük çektiği geometrik inşa konularından biri olan bir doğruya dik çizme konusunda öğretim süreci zenginleştirilmeli ve çoğu zaman üzerinde durulmayan bu konuda çizimlerin öğrenciler tarafından yapılmasına özen gösterilmelidir.

Sonuç olarak bu araştırmada olduğu gibi öğrencilerin açılar konusunda yaşadığı birçok güçlük ve kavram yanılığı tespit edilmiştir. Araştırmalar (Baldy vd., 2005) da öğrencilerin bir açının özelliklerini sözelleştirmekte, bir açı çizmekte ve açık bir şekilde açıları tanımlamakta zorlandıklarını doğrulamaktadır. Öğretmenler ve öğretmen adayları açı kavramı ile ilgili öğrenci zorluklarını ve yanılıklarını dikkate almalı ve öğrenme ortamlarını buna göre düzenlemelidirler. Ancak yapılan çalışmalar öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin de yetersizliklerini ortaya koymaktadır. Yapılan bu ve buna benzer çalışmalar, bu durumları ortaya koyması açısından öğretmenlere yardımcı olacaktır.

## Kaynaklar

- Akbulut, K., & Işık, A. (2005). Limit kavramının anlaşılmasında etkileşimli öğretim stratejisinin etkinliğinin incelenmesi ve bu süreçte karşılaşılan kavram yanlışları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 13(2), 497-512.
- Akkaya, R., & Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(31).
- Asquith, P., Stephens, A. C., Knuth, E. J., & Alibali, M. W. (2007). Middle school mathematics teachers' knowledge of students' understanding of core algebraic concepts: Equal sign and variable. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(3), 249-272. doi: 10.1007/BF02655899
- Ay, Y. (2017). A review of research on the misconceptions in mathematics education. *Education Research Highlights in Mathematics, Science and Technology 2017*, 12(1), 21-31.
- Ayyıldız, N., & Altun, S. (2013). Matematik dersine ilişkin kavram yanlışlarının giderilmesinde öğrenme günlüklerinin etkisinin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(2), 71-86.
- Baki, A. (2015). *Kavramdan uygulamaya matematik eğitimi* (6. baskı). Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.
- Baldy, R., Devichi, C., Aubert, F., Munier, V., Merle, H., Dusseau, J. M., & Favrat, J. F. (2005). Développement cognitif et apprentissages scolaires: l'exemple de l'acquisition du concept d'angle. *Revue française de pédagogie*, 49-61. doi: 10.3406/rfp.2005.3363
- Baştürk, S., & Dönmez G. (2011). Matematik öğretmen adaylarının limit ve süreklilik konusyla ilgili kavram yanlışları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 5(1), 225-249.
- Bütüner, S. Ö., & Filiz, M. (2017) Exploring high-achieving sixth grade students' erroneous answers and misconceptions on the angle concept. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(4), 533-554. doi: 10.1080/0020739X.2016.1256444
- Cornu, B. (1991). Limits. D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* içinde (s. 153-166). New York: Kluwer Academic.
- Cox, C., & Mouw, J. T. (1992). Disruption of the representativeness heuristic: Can we be perturbed into using correct probabilistic reasoning?. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 163-178. doi: 10.1007/BF00588054
- Çakıroğlu, E. (2015). Matematik kavramlarının tanımlanması. In İ.Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır & A. Delice (Eds.), *Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar* (pp. 1-13). Ankara: Pegem Akademi.
- Çalıköğlü, Bali, G. (2002). Matematik öğretiminde dil ölçeği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(23).
- Çetin, Ö. F., & Dane, A. (2004). Sınıf öğretmenliği III. sınıf öğrencilerinin geometrik bilgilere erişim düzeyleri üzerine. *Gazi Üniversitesi Kastamonu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(2), 427-437.
- Dane, A., & Başkurt, H. (2011). İlköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin doğru parçası, doğrusallık, ışın ve açı kavramlarını algılama düzeyleri. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13(2).
- Devichi, C., & Munier, V. (2013). About the concept of angle in elementary school: misconceptions and teaching sequences. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32, 1-19. doi: 10.1016/j.jmathb.2012.10.001
- Doyuran, G. (2014). *Ortaokul öğrencilerinin temel geometri konularında sahip oldukları kavram yanlışları* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Driver, R., & Easley, J. (1978). Pupils and paradigms: a review of literature related to concept development in adolescent science students. *Studies in Science Education*, 5, 61-84. doi: 10.1080/03057267808559857
- Erbay, H. N. (2016). Altıncı sınıf öğrencilerinin açılar konusundaki kavram bilgilerinin incelenmesi. *Akademik Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 4(36), 704-718.
- Ertekin, E. (2015). Matematik kavramlarının tanımlanması. İ.Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır & A. Delice (Ed.), *Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar* içinde (s. 153-163). Ankara: Pegem Akademi.
- French, D. (2004). *Teaching and learning geometry*. A&C Black.

- Gökkurt Özdemir, B, Bayraktar, R, & Yılmaz, M. (2017). Sınıf ve Matematik Öğretmenlerinin Kavram Yanılgılarına İlişkin Açıklamaları. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7 (2), 284-305.
- Graeber, A. O. (1999). Forms of knowing mathematics: What preservice teachers should learn. *Educational Studies in Mathematics*, 38: 189–208. doi: 10.1023/A:1003624216201
- Graeber, A., & Johnson, M. (1991). Insights into secondary school students' understanding of mathematics. *College Park, University of Maryland, MD*.
- Hammer, D. (1996). More than misconceptions: Multiple perspectives on student knowledge and reasoning, and an appropriate role for education research. *American journal of physics*, 64(10), 1316-1325. doi:10.1119/1.18376
- Henderson, D. W., & Taimina, D. (2005). *Experiencing geometry: Euclidean and non-Euclidean with history*. Prentice Hall.
- Kabaca, T. (2015). Matematik kavramlarının tanımlanması. İ.Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır & A. Delice (Ed.), *Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar içinde* (s. 165-183). Ankara: Pegem Akademi.
- Karakuş, F. (2014). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometrik inşa etkinliklerine yönelik görüşleri. *Journal of Theoretical Educational Science*, 7(4), 408– 435.
- Keçeli, V., & Turanlı, N. (2013). Karmaşık sayılar konusundaki kavram yanılgıları ve ortak hatalar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi*, 28(1), 223-234.
- Keiser, J. M. (2004). Struggles with developing the concept of angle: Comparing sixth grade students' discourse to the history of the angle concept. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(3), 285-306. doi: 10.1207/s15327833mtl0603\_2
- Kılıç, A. S., Temel, H., & Şenol, A. (2015). Öğretmen adaylarının "nokta, doğru, düzlem ve açı" kavramları hakkında bilgi düzeyleri ve kavram yanılgılarının incelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 26, 205-229.
- Küçük, A., & Demir, B. (2009). İlköğretim 6-8. sınıflarda matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanılgıları üzerine bir çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 97-112.
- Lincoln, Y. S., & Guba, E.G. (1985). *Naturalistic inquiry*. California: Sage.
- Mason, M. (1989). Geometric understanding and misconceptions among gifted fourth-eighth graders. *American Educational Research Association*, 27- 31.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2013). *Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7, 8. Sınıflar) Öğretim Programı*. Milli Eğitim Bakanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. Milli Eğitim Bakanlığı.
- Minstrell, J. (1982). Explaining the "at rest" condition of an object. *The Physics Teacher*, 20(1), 10-14. doi: 10.1119/1.2340924
- Mitchelmore, M. (1998). Young students' concepts of turning and angle. *Cognition and Instruction*, 16(3), 265-284.
- Moore, K. (2013). Making sense by measuring arcs: A teaching experiment in angle measure. *Educational Studies in Mathematics*, 83, 225-245. doi: 10.1007/s10649-012-9450-6
- Ojose, B. (2015). *Common misconceptions in mathematics: Strategies to correct them*. University Press of America.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14. doi: 10.3102/0013189X015002004
- Simon, M. A. (2006). Key developmental understandings in mathematics: A direction for investigating and establishing learning goals. *Mathematical thinking and learning*, 8(4), 359-371. doi: 10.1207/s15327833mtl0804\_1
- Smart, J. R. (1993). *Modern Geometries*. Pacific Grove, Calif.: Brooks.
- Smith III, J. P., Disessa, A. A., & Roschelle, J. (1993). Misconceptions reconceived: A constructivist analysis of knowledge in transition. *The journal of the learning sciences*, 3(2), 115-163. doi: 10.1207/s15327809jls0302\_1
- Stump, S. L. (2001). Developing preservice teachers' pedagogical content knowledge of slope. *The Journal of Mathematical Behavior*, 20(2), 207-227. doi: 10.1007/s10763-014-9544-y

- Şandır, H., Ubuz, B., & Argün, Z. (2007). 9th grade students' difficulties in arithmetic operations, ordering numbers, solving equations and inequalities. *Hacettepe University Journal of Education*, 32(2007), 274-281.
- Tanguay, D., & Venant, F. (2016). The semiotic and conceptual genesis of angle. *ZDM*, 48(6), 875-894. doi: 10.1007/s11858-016-0789-5
- Temel, H., & Eroğlu, A. O. (2014). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin sayı kavramlarını anlamlandırmaları üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 22(3), 1263.
- Türk Dil Kurumu, (2018). Güncel Türkçe Sözlük. [Online]: www. http://sozluk.gov.tr/.
- Türkdoğan, A., Güler, M., Bülbül, B. Ö., & Danişman, Ş. (2015). Türkiye'de Matematik Eğitiminde Kavram Yanılgılarıyla İlgili Çalışmalar: Tematik Bir İnceleme. *Mersin University Journal of the Faculty of Education*, 11(2).
- Türnüklü, E., Alaylı, F. G., & Akkaş, E. N. (2013). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgenlere ilişkin algıları ve imgelerinin incelenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(2), 1213-1232.
- Ubuz, B. (1999). 10. ve 11. sınıf öğrencilerinin temel geometri konularındaki hataları ve kavram yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16(17), 95-104.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight*. New York: Academic Press.
- Woodward, J., Baxter, J., & Howard, L. (1994). The misconceptions of youth: Errors and their mathematical meaning. *Exceptional Children*, 61(2), 126.
- Yazgan, G., Argün, Z., & Emre, E. (2009). Teacher sceneries related to "angle concept": Turkey case. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 1, 285-290.
- Yenilmez, K., & Uysal, E. (2007). İlköğretim öğrencilerinin matematiksel kavram ve sembolleri günlük hayatla ilişkilendirebilme düzeyi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 89-98.
- Yenilmez, K., & Yaşa, E. (2008). İlköğretim Öğrencilerinin Geometrideki Kavram Yanılgıları. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 461-483.
- Yeşildere, S. (2007). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel alan dilini kullanma yeterlikleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 24 (2).
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2016). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yin, R.K. (2014). *Case study methods: design and method*. SAGE Publications, Inc.
- Zembat, İ. Ö. (2010) Kavram yanılgısı nedir?. M. F. Özmantar, E. Bingölbali, & H. Akkoç (Ed.) *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri* içinde (s. 1-8). Ankara: Pegem Akademi.

#### Yazarlar

Deniz ÖZEN ÜNAL, matematik eğitimi, geometri öğretimi, matematik öğretmenlerinin mesleki gelişimi, teknoloji destekli matematik öğretimi.

Ömer ÜRÜN, matematik eğitimi, geometri öğretimi, üstün yeteneklilerin eğitimi, yüksek matematiğin öğretimi.

#### İletişim

Aydın Adnan Menderes Üniversitesi,  
Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen  
Bilimleri Eğitimi Bölümü,  
Efeler, Aydın, Türkiye.

E-posta: [deniz.ozen@adu.edu.tr](mailto:deniz.ozen@adu.edu.tr)

Nazilli Bilim ve Sanat Merkezi (BILSEM),  
Nazilli, Aydın, Türkiye.

E-posta: [omerurun@gmail.com](mailto:omerurun@gmail.com)

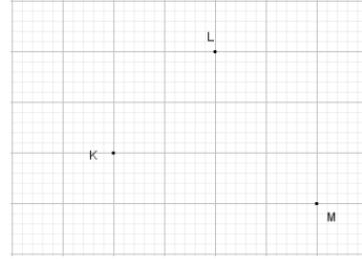
## Ek 1. Ölçme aracında yer alan açık uçlu problem örnekleri

## Açının tanımı

1. Açının tanımını veriniz. Bir açı çizerek isimlendiriniz ve sembolle gösteriniz.

## Açının çizimi

3. Aşağıdaki verilen K, L ve M noktalarını kullanarak  $\widehat{KLM}$  nı çiziniz.



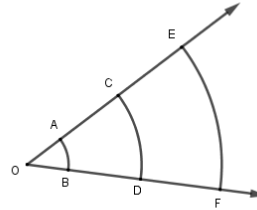
## Açının sembolle gösterimi

4. Kenarları [DE ve [DF olan açı aşağıdaki sembollerden hangileri ile gösterilebilir?

- $\widehat{D}$  .....
- $\widehat{E}$  .....
- $\widehat{F}$  .....
- $\widehat{EDF}$  .....
- $\widehat{FDE}$  .....
- $\widehat{DEF}$  .....
- $\widehat{DFE}$  .....

## Açının ölçüsü

8. Şekildeki  $\widehat{AOB}$ ,  $\widehat{COD}$  ve  $\widehat{EOF}$  açılarının ölçülerini karşılaştırınız.



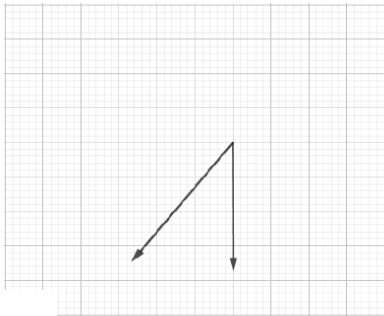
.....

.....

.....

## Komşu, tümler, bütünler ve ters açılar

10. Tümler açılar nedir? Açıklayınız ve aşağıda verilen açının komşu tümlerini çiziniz.



## Bir doğruya üzerindeki veya dışındaki bir noktadan dikme çizme

15. Aşağıda verilen d-doğrusuna S noktasından dikme çiziniz.

