

# Sınıf Öğretmeni Adayları Öğrencilerin Yazılı Çözümlerindeki Cebirsel Düşünme Biçimlerini Nasıl Fark Etmektedir?

Sümeyra DOĞAN COŞKUN\*

## Atıf için:

Doğan Coşkun, S. (2021). Sınıf öğretmeni adayları öğrencilerin yazılı çözümlerindeki cebirsel düşünme biçimlerini nasıl fark etmektedir? *Journal of Qualitative Research in Education*, 27, 103-124. doi:10.14689/enad.27.6

**Özet:** İç içe geçmiş tek durum desenli bu çalışmanın amacı, sınıf öğretmeni adaylarının öğrencilerin yazılı çözümlerindeki cebirsel düşünme yollarını fark etme becerilerini öğrenci çözümlerine dikkat etme, öğrencilerin çözümlerini yorumlama ve öğrencilerin çözümlerine nasıl yanıt vereceğine karar verme olmak üzere üç beceriyi dikkate alarak incelemektir. Çalışmanın katılımcılarını Türkiye'de bir devlet üniversitesinde sınıf öğretmenliği programına kayıtlı 32 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Veriler, sınıf öğretmeni adaylarının bir şekil örüntüsü sorusuna verilen dört öğrenci çözümüne verdikleri yanıtlar ile toplanmış ve Jacobs ve arkadaşları (2010) tarafından geliştirilen çerçeve ile analiz edilmiştir. Analizler öğretmen adaylarının dikkat etme ve yorumlamada sağlam kanıtlar sunamamalarına rağmen, nasıl yanıt vereceğine karar vermede sağlam kanıtlar sunabildiklerini göstermektedir. Spesifik olarak, sağlam kanıtlar sunan öğretmen adaylarının yüzdesi en yüksek nasıl yanıt vereceğine karar verme becerisinde, daha sonra yorumlama becerisinde ve en düşük yüzde ile dikkat etme becerisinde görülmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Cebirsel düşünme, fark etme becerisi, sınıf öğretmeni adayları

## Article Info

Gönderim Tarihi: 30.04.2020  
Düzeltilme Tarihi: 10.10.2020  
Kabul Tarihi: 17.02.2021

## Makale Türü

Araştırma

© 2021 ANI Yayıncılık. Tüm hakları saklıdır.

\*  Sorumlu Yazar: Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Türkiye, e-mail: [s-dogan@ogu.edu.tr](mailto:s-dogan@ogu.edu.tr)

Çıkar Çatışması Beyanı: Yok

## Giriş

Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi [NCTM] (2014), "Etkili matematik öğretimi, matematiksel anlamaya doğru ilerlemeyi değerlendirmek ve öğretimi sürekli olarak öğrenmeyi destekleyecek ve genişletecek şekilde ayarlamak için öğrenci düşünme kanıtlarını kullanır" (s. 53) demektedir. Aynı şekilde, Barnhart ve van Es (2015) etkili öğretmenlerin öğrencilerin düşüncelerini "sonraki pedagojik kararlar vermek için" kullanabildiklerini vurgulamaktadır (s. 84). Aslında bu beceri, profesyonel fark etme olarak isimlendirilmekte ve "bireylerin karmaşık durumları nasıl işlediğini anlamak" olarak tanımlanmaktadır (Jacobs ve ark., 2010, s. 171). Bu beceri, dikkat etme, yorumlama ve nasıl yanıt verileceğine karar verme adındaki üç özel beceriden oluşmaktadır. Diğer bir deyişle, öğrencilerin matematiksel anlayışlarını geliştirmelerine yardımcı olmak için, öğretmenlerin yalnızca öğrencilerin fikirlerini dikkate alması ve yorumlaması değil, aynı zamanda nasıl yanıt vereceklerine de karar vermesi gerekmektedir. Fakat bir matematik sınıfının özellikleri düşünüldüğünde, öğrenciler tarafından önerilmiş çeşitli fikirlerin olacağı neredeyse kesindir. Önerilen fikirler arasından hangisine dikkat edileceğini bilmeden, öğrencilerin gelecekteki matematik başarılarına katkıda bulunmak zordur (Erickson, 2011; Kilpatrick ve ark., 2001). Dikkate değer ya da önemli fikirleri belirleyebilmek ve bu fikirleri öğretimin geri kalan kısmında kullanabilmek için öğretmenlerin fark etme becerisine sahip olması gerekmektedir (Jacobs ve ark., 2010; Star ve Strickland, 2008). Ayrıca, öğretmenlerin neleri fark ettikleri öğretim boyunca nasıl davrandıklarının temelidir (Schoenfeld, 2011). Bu açıdan bakıldığında, bu durum çalışmasının amacı, sınıf öğretmeni adaylarının öğrencilerin cebirle ilişkili düşünme biçimlerini fark etme becerilerini incelemektir.

## Fark Etme Becerisi

Öğretmenlerin normalde farkında olmadıkları şeyleri fark edebilmek için aktif olarak bakmaları ve görmeleri gerekmektedir (Sherin ve Star, 2011). Benzer şekilde, Mason (2011), fark etmeyi "gelecekte otomatik olarak alışkanlıktan çıkmak yerine taze hareket etme fırsatlarını fark etmek için kendini duyarlı hale getirmek için tasarlanmış bir dizi uygulama" (s. 35) olarak tanımlamaktadır. Bu açıklamalar ise fark etmenin pasif bir süreç değil, aksine kasıtlı ve aktif bir süreç olduğunu göstermektedir. Bu vurgu ile birlikte, araştırmacılar öğretmenin fark etmesini farklı şekillerde tanımlamaktadır. Miller'e (2011) göre öğretmen fark etmesi, öğrencileri bir görev üzerinde çalışırken ya da fikirlerini sunarken izlemekten ibaret olmayıp, aynı zamanda bu öğrencilerin zihinlerine gelenleri de anlamlandırmaktır. Matematik öğretimine odaklanıldığında ise fark etme, bir öğretmenin öğrenciler problem çözme etkinlikleriyle meşgulken ortaya çıkan matematiksel ayrıntıları tanıma becerisidir (Sánchez-Matamoros ve ark., 2019). Yani, öğretmen fark etmesi sadece öğrencilerin problemlere verdikleri cevapların doğru olup olmadığını belirlemek değildir (Wilson ve ark., 2013). Bunun yerine, diğer mesleklerin fark edemeyeceği ayrıntıları öğretmenlerin fark etmeleri için özel bir beceridir (Stevens ve Hall, 1998). Ayrıca, bir öğretmen tarafından fark edilen noktalar, başka bir öğretmen tarafından fark edilenlerden farklı olabilir. Bu farklılığın olası nedenlerinden birini

açıklamak için van Es ve Sherin (2002), fark etme becerisinin öğretimin kayda değer yönlerini belirlemekten daha fazlası olduğunu ifade etmektedir. Fark etme becerisi aynı zamanda belirlenen yönler hakkında akıl yürütmek ve bağlantılar kurmak için bilgisini kullanmaktır. Fark etme becerisinin önemini dikkate alarak, Sherin ve arkadaşları (2011) fark etme becerisini matematik öğretiminin temel etkinliklerinden biri olarak kabul etmektedir.

Jacobs ve arkadaşları (2010) tarafından öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme çerçevelerine öğrencilerin anlayışlarına dikkat etme ve anlayışlarını yorumlama becerilerine ilave olarak nasıl yanıt verileceğine karar verme becerisi de eklenmiştir. Bu becerilerden birincisi, dikkat etme, öğretmenlerin öğrencilerin düşünmesinin matematiksel özüne ya da özelliklerine ne ölçüde dikkat ettiği. İkinci beceri olan yorumlama ise öğretmenlerin öğrencilerin ne yaptığını ve neden yaptıklarını ne ölçüde anladığı ve kavradığıdır (Jacobs ve ark., 2010). Son beceri, nasıl yanıt verileceğine karar verme, hem öğretmenlerin öğretim boyunca çocukların düşüncelerini ne ölçüde kullandığı ve bundan ne ölçüde yararlandığı hem de öğretmenlerin muhakemesinin ilgili literatürle ne kadar tutarlı olduğu ile ilgilidir (Jacobs ve ark., 2010). Fark etme becerisi çerçevelerine yanıt verme becerisini dahil eden başka araştırmacılar da bulunmaktadır (Erickson, 2011; Santagata ve ark., 2007). Fakat bu araştırmacılar, bir öğretmenin öğrencinin anlayışına dikkat ettikten ve anlayışını yorumladıktan sonra nasıl yanıt vereceğine karar verdiğini açıklamaktadır. Bu açıklamanın aksine, bu beceriler arasındaki ilişkiyi vurgulamak için, Jacobs ve arkadaşları (2010) öğretmenlerin sürekli ve hemen hemen aynı anda sonraki adımlarının ne olacağını düşündüklerini belirtmektedir. Bu nedenle, bu çalışmada sınıf öğretmeni adaylarının öğrencilerin yazılı çözümlerindeki cebirsel düşüncelerini incelemek için Jacobs ve arkadaşlarının çerçevesi (2010) kullanılmıştır.

## Cebirsel Düşünme

Matematiğin önemli ve temel kavramlarından biri olan cebir, matematiği kavramsal ve derinlemesine öğrenmek ve anlamak için gereklidir (Blanton ve Kaput, 2005). Özellikle Mason (2008), cebiri "genelliği ve genellik üzerindeki kısıtlamaları ifade eden kısa, öz ve değiştirilebilir bir dil" olarak kavramsallaştırmaktadır (s. 77). Aynı şekilde cebir, nicelikler arasındaki ilişkileri temsil etmenin ya da bu ilişkileri resmileştirmenin yollarından biri olarak kabul edilmektedir (Chazan, 2000; Kaput, 1999; NCTM, 2000). Usiskin (1988), cebir ve aritmetik arasındaki ilişkiyi vurgulamak için "cebiri genelleştirilmiş aritmetik olarak" kabul etmektedir (s. 11). Ayrıca, cebiri sembollerin ya da harflerin kullanımı ve manipülasyonu olarak gören araştırmacıların aksine Kieran (2004), öğrencilerin herhangi bir sembol ya da harf kullanmadan cebirsel düşünmeyi teşvik eden cebirsel faaliyetlerde de bulunabileceğinden bahsetmektedir. Aslında Kieran (1992), sembol ya da harf kullanımının çoğu öğrenci için gerçekten zor olabileceğini öne sürmektedir. Öğrencilerin soyut cebir formunda başarılı olmalarına yardımcı olmak için, matematik programları erken sınıflardan itibaren cebir içermektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018; NCTM, 2000). Tahmin edilebileceği gibi, öğrencilerin cebirsel düşünme yeteneklerini geliştirmek için programlara cebir dahil etmek yeterli değildir.

Öğretmenlerin öğrencilerinden çizimler ve modeller gibi farklı temsil biçimlerini kullanmalarını istemeleri gerekmektedir (Brizuela ve Schliemann, 2004). Öğretmenlerin ayrıca öğrencilerini şekil örüntüleri ile ilgili düşüncelerini ifade etmeye ve sayı örüntülerini matematiksel olarak ifade etmeye teşvik etmesi gerekmektedir (Mason, 2008; Radford ve Sabena, 2015). Başarılı olabilmek ve dolayısıyla aritmetikten cebire geçişi kolaylaştırmak için, öğretmenlerin öğrencilerin düşüncelerine nasıl dikkate edebileceklerine, düşüncelerini nasıl yorumlayacaklarına ve nasıl yanıtlayacaklarına karar vermeleri gerekmektedir.

Son yıllarda öğrencinin öğrenmesinde öğretmenin fark etme becerisinin öneminin fark edilmesi ile öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etmesini inceleyen ya da geliştirmeye odaklanan bir dizi çalışma yapılmıştır. Öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme becerisini incelemek için kullanılan araçlardan birisi de öğrencilerin yazılı çözümleridir (Fernández ve ark., 2013; Goldsmith ve Seago, 2011; Ivars ve ark., 2018; Sánchez-Matamoros ve ark., 2019). Fark etme çalışmalarında öğrencilerin yazılı çözümlerini kullanmak, öğretmenlerin kendileri ya da pedagojileri yerine öğrencilerin matematiksel düşüncelerine odaklanmalarına yardımcı olduğu için önemlidir. Öğrencilerin yazılı çözümleri aynı zamanda öğretmenlerin öğretim sürecini öğrencilerin gözünden görmelerine olanak tanımakta ve dolayısıyla öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etmesini öğrenmelerini desteklemektedir. Bu süreç boyunca öğretmenler öğrencilerin yazılı çözümlerini dikkatlice incelemekte, cevaplarına nasıl ulaştıklarını yorumlamaya çalışmakta ve böylece onlara nasıl yanıt vereceklerine karar vermektedir. (Stockero, 2014).

Öğretmen adaylarının öğrencilerin cebirsel düşünme biçimlerini fark etme becerisini öğrencilerin yazılı çözümlerini kullanarak inceleyen çalışmalar da bulunmaktadır (Callejo ve Zapatera, 2017; Magiera ve ark., 2013; Mouhayar, 2019; Mouhayar ve Jurdak, 2013; Simpson ve Haltiwanger, 2016). Bu çalışmalarda öğrencilerin yazılı çözümleri dersin öğretmeni tarafından ilgili literatürden alınmış ya da varsayımsal olarak yazarlar tarafından yazılmıştır. Bahsedilen çalışmaların aksine, bu çalışmada kullanılan yazılı çözümlerin tamamı ise öğrencilerin bir şekil örüntüsü görevine verdikleri çözümlerdir. Ayrıca, farklı cebirsel düşüncelerin öğretmen adaylarının fark etme becerisini etkileyip etkilemediğini görmek için farklı akıl yürütmeleri içeren öğrenci çözümleri bu çalışmada kullanılmıştır. Yukarıda bahsedilen çalışmalar, öğretmen adaylarının fark etme becerisinin dikkat etme ve yorumlama becerilerine odaklanmıştır. Bu çalışma, bu becerilere ek olarak öğretmen adaylarının fark etme becerisinin nasıl yanıt vereceğine karar verme becerisini de ele almıştır. Öğrencilerin cebirsel düşüncelerini fark etme becerisini bu üç beceriyi de dikkate alarak inceleyen herhangi bir çalışma olmadığı için, bu çalışmada bildirilen bulgular fark etme literatürünü genişletecektir. Bu çalışmanın bulguları, araştırmacıların ya da öğretmen eğitimcilerinin, sınıf öğretmeni adaylarının hangi beceri(ler)de daha düşük olduğunu görmelerine de olanak tanıyacaktır. Bu çalışma aynı zamanda gelecekte öğretmenlik yapacak öğretmen adaylarına öğrencilerin gerçek çözümlerine aşina olma fırsatları da sunmaktadır. Ek olarak, bulgular öğretmenlerin kendi cebirsel düşünceleri hakkında içgörü kazanmalarına yardımcı olacak ve öğretmenlere, öğrencilerin cebirsel düşüncelerini

geliştirmek için nasıl yanıt verebileceklerinin farkında olmaları için önemli içgörüler sunacaktır. Bu amaç ve katkılara paralel olarak, bu araştırmaya yön veren araştırma soruları aşağıda verilmiştir:

1. Sınıf öğretmeni adayları, öğrencilerin cebirsel düşüncelerine ne düzeyde dikkat etmekte ve cebirsel düşüncelerini ne düzeyde yorumlamaktadır?
2. Sınıf öğretmeni adaylarının öğrencilerin yazılı çözümlerindeki cebirsel düşüncelerine yanıt vermek için aldıkları kararların niteliği nedir?

## Metodoloji

### Araştırma Deseni

Durum çalışması, belirli bir bağlamda bir konunun, bir kişinin ya da bir grup insanın derinlemesine anlaşılmasıdır (Creswell, 2007). Ayrıca, durum çalışması sonuçları genellemeyi amaçlamamakta, daha çok kendi bağlamında çalışarak durum hakkında içgörü kazanmayı ya da bilgiyi geliştirmeyi amaçlamaktadır (Yin, 2009). Bu bağlamda, sınıf öğretmeni adaylarının öğrencilerin cebirsel düşüncelerini fark etme becerisi hakkında içgörü kazanmak için, bu çalışmada durum çalışması kullanılmıştır. Bu çalışmadaki durum 32 sınıf öğretmeni adayı olup, bağlam ise Türkiye'nin İç Anadolu Bölgesi'ndeki bir Sınıf Öğretmenliği programıdır. Yin (2009) tarafından belirtildiği üzere bir durum çalışması birden fazla analiz birimini içerebilmektedir. Öğretmen adaylarının öğrencilerin cebirsel düşüncelerini fark etme becerisi ana analiz birimiyken, dikkat etme, yorumlama ve nasıl yanıt verileceğine karar verme becerileri ise alt analiz birimleridir. Dolayısıyla, bu çalışmada kullanılan desen iç içe geçmiş tek durum çalışmasıdır.

### Bağlam ve Katılımcılar

Bu çalışma sınıf öğretmeni adaylarının öğrencilerin cebirsel düşüncelerini fark etme becerisini incelediğinden, bazı kriterleri karşılayan katılımcıların seçilmesi önemlidir (Creswell, 2007). Bu çalışmaya dahil edilme kriterleri ise yazarın Matematik Öğretimi II dersine kayıtlı olmak ve çalışmanın bir parçası olmaya gönüllü olmaktır. Matematik Öğretimi II dersi, Sınıf Öğretmenliği programındaki sınıf öğretmeni adayları için matematikle ilgili zorunlu üç dersin sonuncusudur. Bu kriterler, öğretmen adaylarının öğretim yöntem ve stratejilerine aşina oldukları ve öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin önemini farkında oldukları varsayımı ile önemlidir. Bu nedenle, Matematik Öğretimi II dersine kayıtlı olup, çalışmaya katılmayı kabul eden 32 sınıf öğretmeni adayı kasıtlı olarak seçilmiştir.

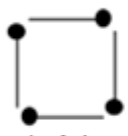
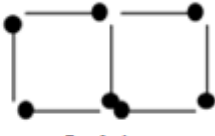
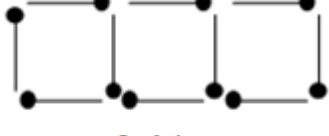
### Veri Toplama ve Analizi

Sınıf öğretmeni adaylarının öğrencilerin cebirsel düşüncelerini fark etme becerilerini incelemek için mevcut çalışmadan (Rivera ve Becker, 2003) alınan bir şekil örüntüsü

görevine yönelik öğrenci çözümleri kullanılmıştır. Bir şekil örüntüsünü doğru çözmek için öğrenciler, genel bir kural bulmadan farklı yollar kullanabilmektedir. Öğrencilerin bu şekil örüntüsüne yönelik çözümleri hakkında bilgi toplamak için yarı yapılandırılmış görüşmeler tasarlanmıştır. Bu görev, yarı yapılandırılmış görüşmeler sırasında üçüncü sınıf öğrencisi olan 10 kişiye verilmiş ve öğrencilerden görevi çözdükten sonra düşüncelerini açıklamaları istenmiştir. Öğrencilerin nasıl çözdüklerini ya da ne düşündüklerini netleştirmelerini sağlamak için süreç boyunca yazar "Neden 3 ile 22'yi çarptınız?" "Neden 100'den 24'ü çıkardınız?" ya da "24. adımın 80 olacağı sonucuna nasıl vardınız?" gibi sorular yöneltmiştir. Bu sorular, yazarın öğrencilerin çözümlerini yanlış yorumlamasını önlemek için de önemlidir. Mülakatlar yapılmadan önce, görevin amaca uygun olup olmadığına karar vermek için görev iki matematik eğitimcisiyle de paylaşılmıştır. Görev ilkökul öğrencilerine uygulandıktan sonra, cebirsel düşünme için önemli ayrıntılar içeren dört öğrenci çözümü öğretmen adayları için seçilmiştir. Bu öğrencilerin çözümleri, doğrulukları ve akıl yürütme yolları açısından da farklılık göstermiştir. Jacobs ve arkadaşları (2010), fark etme becerisini oluşturan öğretmenlerin dikkat etme, yorumlama ve nasıl yanıt verileceğine karar verme becerilerinin çözümlerin doğruluğuna ya da yanlışlığına göre farklılık gösterebileceğini vurguladığı için bu durum önemlidir. Aynı şekilde, öğrencilerin bir kavramla ilgili anlayışları da çoğunlukla bir görevi çözmek için kullandıkları stratejilere yansımaktadır (Jacobs ve ark., 2010). Diğer bir deyişle, bu görev ve öğrencilerin çözümleri bu çalışma için stratejik olarak seçilmiştir. Görev ve öğrencilerin çözümleri aşağıda verilmiştir:

### Şekil 1.

#### Görev Ve Göreve Üretilen Öğrenci Çözümleri

Görev			
Aşağıdaki şekilde, kibrit çöpleri kullanılarak oluşturulan bir örüntünün ilk üç adımı verilmiştir.			
			
1. Adım	2. Adım	3. Adım	
Bu adımlara göre, 25. Adımda toplam kaç adet kibrit çöpü kullanılacağını bulunuz.			
Göreve Üretilen Çözümler			
Öğrenci A	Öğrenci B	Öğrenci C	Öğrenci D
4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43, 46, 49, 52, 55, 58, 61, 64, 67, 70, 73, 76	$22 \times 3 = 66$ $10 + 66 = 76$ 25. adımda toplam 76 adet kibrit çöpü olacaktır.	$25 \times 3 = 100$ $100 - 24 = 76$ 25. adımda toplam 76 adet kibrit çöpü olur.	3. adım: 10 24. adım: 80 1. adım: 4 25. adımda 84 adet kibrit çöpü.
25. adımda toplam 76 adet kibrit çöpü kullanılacaktır.			

Öğretmen adaylarının her birine analiz etmeleri için dört öğrenci çözümü verilmiş ve öğretmen adaylarından her bir öğrencinin görevi nasıl çözdüğünü sorular aracılığıyla keşfetmeleri istenmiştir. Spesifik olarak, sorular şunları içermiştir "(1) Her bir öğrencinin düşünme tarzının doğru mu yanlış mı olduğunu belirleyiniz. Öğrencinin çözümünden kanıtlar sunarak her bir öğrencinin düşünme tarzının doğruluğuna nasıl karar verdiğinizi açıklayınız. (2) Öğrencinin çözümünü dikkate alarak, her bir öğrencinin görevi nasıl çözdüğünü açıklayınız. Öğrencinin çözümünü göz önünde bulundurarak her bir öğrencinin cebirsel düşünme hakkında ne bildiğini ve bilmediğini açıklayınız. (3) Öğretmen siz olsaydınız, her bir öğrenciye nasıl yanıt verirdiniz?" Bu süreç aynı zamanda Matematik Öğretimi II dersinin diğer şubesine kayıtlı olan ve mevcut araştırmanın katılımcıları olmayan 10 sınıf öğretmeni adayı ile pilot olarak uygulanmıştır.

Sınıf öğretmeni adaylarının yukarıda verilen sorulara verdikleri yanıtları anlamlandırmak için öncelikle Jacobs ve arkadaşlarının (2010) öğrencilerin matematiksel düşünmesini fark etme çerçevesinde tanımladığı kodlama çerçevesi bu çalışma için uyarlanmıştır. Merriam (2009), veri analizinin "insanların söylediklerini pekiştirme, azaltma, yorumlama ve ondan anlam çıkarma" süreci olduğunu belirtmektedir (s. 176). Bu çerçeve ile her bir öğretmen adayının dikkat etme, yorumlama ve nasıl yanıt verileceğine karar verme becerilerinin her biri için düzeyleri incelenmiştir. Spesifik olarak, fark etme becerisinin her bir becerisinin düzeyleri ve bu düzeylerin açıklaması aşağıdaki Tablo 1'de detaylandırılmıştır.

**Tablo 1.**

*Dikkat Etme, Yorumlama ve Nasıl Yanıt Verileceğine Karar Verme Beceri Düzeylerinin Analizi İçin Kodlama Çerçevesi*

Fark Etme Becerisi	Fark Etme Düzeyi	Seviyenin Açıklaması
Dikkat etme	Sağlam Kanıt	<ul style="list-style-type: none"> <li>Öğrencinin çözümü için matematiksel ayrıntılar sunarak çözümün doğru olup olmadığını belirleme</li> <li>Öğrencinin çözümünden spesifik kanıtlar sunma</li> </ul>
	Sınırlı Kanıt	<ul style="list-style-type: none"> <li>Öğrencinin çözümü için genel ifadeler sunarak çözümün doğru olup olmadığını belirleme</li> </ul>
	Yetersiz Kanıt	<ul style="list-style-type: none"> <li>Öğrencinin çözümünün doğruluğunu yanlış belirleme</li> </ul>
Yorumlama	Sağlam Kanıt	<ul style="list-style-type: none"> <li>Öğrencinin çözümünün matematiksel detaylarını yorumlama</li> <li>Öğrencinin nasıl düşündüğü hakkında spesifik kanıtlar sunma</li> <li>Öğrencinin neyi bildiğini ya da bilmediğini fark etme</li> </ul>
	Sınırlı Kanıt	<ul style="list-style-type: none"> <li>Öğrencinin çözümünü doğru; fakat daha az derinlikli ya da genel ifadelerle yorumlama</li> <li>Sunulan çözümün ötesine geçmeden öğrencinin çözümünüyle ilgili bağlantılar kurma</li> </ul>
	Yetersiz Kanıt	<ul style="list-style-type: none"> <li>Öğrencinin çözümünü yanlış yorumlama</li> <li>Öğrencinin nasıl düşündüğü hakkında yanlış kanıtlar sunma</li> <li>Öğrencinin anlayışına dair herhangi bir kanıt sunmama (Öğrencinin nasıl düşündüğüne dair ayrıntılar sunmama)</li> <li>Öğrencinin çözümünüyle ilgisiz bağlantılar kurma</li> </ul>

Nasıl yanıt verileceğine karar verme	Sağlam Kanıt	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Öğrenciyi kullanılan stratejiye ek olarak başka bir strateji kullanmaya yönlendirmek için başka bir problem sorma</li> <li>• Öğrencinin anlayışını genişletmek için soru sorma</li> <li>• Görevin farklı bir şekilde çözülebileceğini keşfetmesine yardımcı olmak için farklı bir çözüm sunma</li> </ul>
	Sınırlı Kanıt	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Öğrencinin düşünmesini anlamak için sorular sorma</li> <li>• Öğrencinin anlayışını temel alarak, öğrenciye daha az derinlikle ya da genel ifadelerle yanıt verme</li> <li>• Çözümleri birbirinden farklı olan öğrencilere benzer gelecek adımları sunma</li> </ul>
	Yetersiz Kanıt	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Öğrenciyi takdir etme</li> <li>• Öğrencinin anlayışını temel almadan yanıt verme</li> <li>• Alıştırma yapması için benzer problemi farklı ifadelerle öğrenciye sorma</li> <li>• Problemden verilen sayıları, problemi zorlaştıracak şekilde değiştirme</li> <li>• Öğrencinin çözümü incelenmemiş gibi ilgisiz yanıtlar sunma</li> </ul>

Yukarıda verilen kodlama çerçevesine dayanarak, sınıf öğretmeni adaylarının yanıtları her bir beceri için LaRochelle ve arkadaşlarınınkine (2019) benzer şekilde üç düzey altında kodlanmıştır: sağlam kanıt, sınırlı kanıt ve yetersiz kanıt. Bu düzeyleri kolay ve doğru bir şekilde kodlayabilmek için, fark etme becerisinin her bir düzeyi için anahtar terimler tanımlanmıştır. Dikkat etme becerisi için her bir öğrencinin çözümünün doğruluğuna ek olarak öğrencinin çözümündeki matematiksel ayrıntılar belirlenmiştir. Diğer bir deyişle, öğrencinin çözümünü doğru ya da yanlış olarak belirlemek öğretmen adaylarının yanıtlarının sağlam kanıt düzeyi altında kodlanması için yeterli kabul edilmemiştir. Öğretmen adaylarının öğrencinin çözümündeki matematiksel ayrıntıları belirlemesi ve öğrencinin çözümünden spesifik kanıtlar sunması gerekmiştir. Eğer öğretmen adayları her bir öğrencinin çözümünün doğruluğunu belirlediyse; fakat bu çözümleri kısa bir şekilde açıkladıysa, bu durumda öğretmen adaylarının yanıtları sınırlı kanıt altında kodlanmıştır. Yukarıda belirtilen bu iki düzeyin aksine, yanıtları yetersiz kanıt altında kodlanan öğretmen adayları ise öğrencilerin çözümlerinin doğruluğunu belirleyememiştir.

Yorumlama becerisinin sağlam kanıt düzeyi altında kodlanabilmesi için öğrencinin görevi neden o şekilde çözdüğünü açıklayabilmek yani öğrencinin çözümünü anlamlandırabilmek ve öğrencinin neyi bilmediğini açıklayabilmek gerekmiştir. Öğrencilerin çözümlerinin ötesine geçmeyen ya da öğrencinin çözümünün yeniden açıklandığı yanıtlar sınırlı kanıt altında kodlanmıştır. Öğretmen adaylarının öğrencilerin çözümlerini doğru yorumlayamadığı, öğrencilerin nasıl düşündüklerine dair doğru kanıtlar sunamadığı ya da öğrencilerin çözümleri ile ilgisiz bağlantılar kurduğu durumlarda ise yanıtları yetersiz kanıt altında kodlanmıştır.

Son olarak, öğrencinin anlayışını genişletmeye çalışan yanıtlar nasıl yanıt verileceğine karar verme becerisi için sağlam kanıt olarak kodlanmıştır. Sınırlı kanıt düzeyindeki yanıtlarda öğretmen adayları öğretmen adayları öğrencilerin ne düşündüğünü anlamak için sorular sormuş ya da öğrencilerin anlayışını genişletme amacı taşımadan onlara yanıt vermiştir. Son olarak, öğretmen adaylarının öğrencileri sadece takdir ettikleri, ilgisiz



yanıtlar verdikleri ya da farklı kelimelerle benzer problemler sordukları yanıtlar ise yetersiz kanıt altına yerleştirilmiştir. Bu süreç boyunca, öğretmen adaylarının yanıtlarının neden o düzey altında kodlandığı sorusunu netleştirmek için öğretmen adaylarının ifadelerinden kanıtlar da not edilmiştir.

Öğretmen adaylarının, görevin, öğrencilerin göreve yönelik çözümlerinin, veri toplama ve analiz süreçlerinin detayları araştırmanın geçerlik ve güvenilirliğini sağlamak için verilmiştir. Ayrıca, yazar ve bir matematik eğitimcisi öğretmen adaylarının yukarıdaki üç soruya verdikleri yanıtları fark etme düzeylerini dikkate alarak ayrı ayrı kodlamıştır. Bu süreçte kodlayıcılar arasında herhangi bir uyumsuzluk çıkması durumunda, fikir birliğine varıncaya kadar görüşülmüştür. Kodlayıcılar arası güvenilirlik %90 ve üstünde olarak hesaplanmıştır. Ayrıca, öğretmen adaylarının öğrencilerin çözümlerine yönelik yanıtlarından da doğrudan alıntılara yer verilmiştir. Bu süreç boyunca, yanlışlıkları ve yanlış yorumlamaları azaltmak için öğretmen adaylarının ifadeleri tekrar tekrar gözden geçirilmiştir.

## Bulgular

Bu çalışma, öğretmen adaylarının öğrencilerin cebirsel düşüncelerini fark etme becerisinin dikkat etme, yorumlama ve nasıl yanıt verileceğine karar verme becerilerini dikkate alarak incelediği için çalışmanın bulguları üç bölümde sunulmuştur. Bu üç bölüm boyunca, fark etme becerilerinin frekansı ile birlikte öğretmen adaylarının kağıtlarından alıntılar sunulmuştur.

### Öğrencilerin Cebirsel Düşüncelerine Dikkat Etme Becerisi

Tablo 2, öğretmen adaylarının sağlam, sınırlı ve yetersiz kanıt düzeyinde dikkat etme yanıtlarının dört öğrencinin çözümleri arasındaki dağılımını göstermektedir.

**Tablo 2.**

*Dikkat Etme Becerisinin Her Bir Düzeyi İçin Öğretmen Adaylarının Yanıtlarının Frekans ve Yüzdesi*

Öğrenciler / Düzey	Öğrenci A	Öğrenci B	Öğrenci C	Öğrenci D	Toplam
Sağlam Kanıt	7 (%21,88)	6 (%18,75)	7 (%21,88)	7 (%21,88)	27 (%21,09)
Sınırlı Kanıt	25 (%78,12)	16 (%50)	22 (%68,75)	25 (%78,12)	88 (%68,75)
Yetersiz Kanıt	0	10 (%31,25)	3 (%9,37)	0	13 (%10,16)

N=32

\* Öğrenci A, Öğrenci B ve Öğrenci C'nin çözümleri doğrudur; Öğrenci D'nin çözümü yanlıştır.

Tablo 2'de gösterildiği gibi, sınıf öğretmeni adaylarının tamamı Öğrenci A ve Öğrenci D'nin çözümlerine minimum sınırlı kanıt düzeyinde dikkat edebilmiştir. Ayrıca, sınıf

öğretmeni adaylarının yanıtlarının analizi, %21,88'inin bu iki öğrencinin cevaplarına sağlam kanıt düzeyinde dikkat ettiklerini göstermiştir. Bu bulgu, Öğrenci A'nın cevabının doğru, Öğrenci D'nin cevabının ise yanlış olması nedeniyle önemlidir. Bu yanıtlara daha yakından bakıldığında ise sınıf öğretmeni adaylarının Öğrenci A ve Öğrenci D'nin çözümlerini sadece anlatmadıkları; öğrencilerin cevaplarının doğruluğundan bağımsız öğrencilerin cevaplarından matematiksel ayrıntılar ve spesifik kanıtlar sundukları görülmüştür. Aşağıda bir öğretmen adayının Öğrenci A'nın çözümüne yönelik yanıtından alıntı yer almaktadır:

Öğrenci, yirmi beşinci adımda kullanılacak kibrit çöpü sayısını, önceki adımdaki kibrit çöpü sayısına üç ekleyerek doğru şekilde bulmuştur. Yani, öğrenci dördüncü, beşinci, altıncı, ... yirmi üçüncü, yirmi dördüncü ve yirmi beşinci adım için sırasıyla 13,16, 19, ... 79, 73, 76 yazmıştır. Yani, öğrenci bir genelleme yapmadan her adımdaki kibrit çöpü sayısını üçer artırarak sayıları listelemiştir. (ÖA12)

Benzer şekilde, ÖA1 tarafından Öğrenci D için verilen aşağıdaki yanıt, dikkat etme becerisi için bir sağlam kanıt örneğidir:

Öğrenci üçüncü adımdaki kibrit çöpü sayısını saymış ve 10 olarak yazmıştır. Daha sonra soru yirmi beşinci adımda kibrit çöpü sayısını sormaktadır. Bu nedenle öğrenci yirmi dördüncü adımı bulmak için üçüncü adımı 8 ile çarparsa, üçüncü adımdaki kibrit çöpü sayısını 8 ile çarpması gerektiğini düşünmüştür. Daha sonra ilk adımdaki kibrit çöpü sayısını, 4'ü, 80'e eklemiş ve yirmi beşinci adımdaki kibrit çöpü sayısını 84 olarak bulmuştur. Fakat öğrenci bu çözümde kibrit çöplerinden bazılarının birden fazla sayıldığını dikkate almamıştır. Bu nedenle öğrencinin çözümü yanlıştır.

Tablo 2, Öğrenci B'nin çözümüne sağlam kanıt düzeyinde dikkat eden altı öğretmen adayının ve Öğrenci C'nin çözümüne sağlam kanıt düzeyinde dikkat eden yedi öğretmen adayının bulunduğu göstermektedir. Öğrenci B için verilen yanıtlardan birisi aşağıda sunulmaktadır:

Öğrenci, Öğrenci A'ya benzer şekilde yirmi beşinci adıma kadar her seferinde bir sonraki adımı bulmak için 3 ekleyip 13, 16, 19, ... yazmak yerine, 22'yi 3 ile çarpmış ve kibrit çöpü sayısını 66 olarak bulmuştur. Aslında, bu öğrenci yirmi beşinci adıma kadar kibrit çöpünün kaç tane artacağını bulmuştur. Fakat üçüncü adımda 10 tane kibrit çöpü vardır. Bu yüzden, bu öğrenci, bu iki sayıyı toplamış ve 76 bulmuştur. Öğrencinin mantığı doğrudur. (ÖA20)

Sağlam kanıt düzeyinde dikkat etme örneğinin bir diğeri Öğrenci C'nin çözümü için ÖA7 tarafından sağlanmıştır. Aşağıdaki alıntı, ÖA7'nin çözüme nasıl dikkat ettiğini göstermektedir.

Öğrenci C, adım sayısının kare sayısına eşit olduğunu belirlemiştir. Bu nedenle, her bir karenin dört eşit kenarı, bu görevde kibrit çöpleri, olduğu için 25 ile 4'ü çarpmıştır. Fakat öğrenci aynı zamanda ortak kibrit çöplerinin olduğunu fark etmiştir. Yani, örneğin, ikinci adımda 1 kibrit çöpü ortak, üçüncü adımda iki kibrit çöpü ortak ve yirmi beşinci adımda 24 kibrit çöpü ortak olacaktır. Bu yüzden, öğrenci 100'den 24'ü çıkarmış ve yirmi beşinci adımda 76 kibrit çöpü olacağı sonucuna varmıştır. Bu da doğrudur.

Dikkat etme becerisi için sağlam kanıt sunan yukarıdaki yanıtlardan görülebileceği üzere, bu öğretmen adayları Öğrenci A, Öğrenci B ve Öğrenci C'nin yirmi beşinci

adımdaki toplam kibrit çöpü sayısını doğru bir şekilde nasıl bulduklarını ve Öğrenci D'nin çözümünün neden yanlış olduğunu ayrıntılı şekilde açıklayabilmiştir.

Buna karşılık, Öğrenci B ve Öğrenci C'nin çözümlerine doğru bir şekilde dikkat edemeyen öğretmen adayları da bulunmaktadır. Öğrenci B ve Öğrenci C'nin çözümlerine sağlam, sınırlı ve yetersiz kanıt düzeyinde dikkat eden öğretmen adaylarının yüzdeleri arasında farklılıklar bulunmaktadır. Spesifik olarak, öğretmen adaylarının yanıtlarının analizi, Öğrenci B'nin çözümüne öğretmen adaylarının %18,75'inin sağlam, %50'sinin sınırlı ve %31,25'in yetersiz kanıt düzeyinde dikkat ettiğini göstermiştir. Benzer şekilde, öğretmen adaylarının %21,88'i Öğrenci C'nin çözümüne sağlam kanıt düzeyinde dikkat ederken, %78,12'si ise sınırlı ya da yetersiz kanıt düzeyinde dikkat etmiştir. Öğrenci B'nin çözümüne yetersiz kanıt düzeyinde dikkat eden öğretmen adaylarının yüzdesi, diğer öğrencilere göre daha yüksektir. Daha spesifik olmak gerekirse, bu öğretmen adayları Öğrenci B'nin çözümünün doğruluğunu bile belirleyememiştir. Bu nedenle, bu öğretmen adayları doğru bir şekilde dikkat edememiş ve yirmi beşinci adımdaki kibrit çöpü sayısını bulmak için Öğrenci B'nin ne yaptığını açıklayamamıştır. Örnek olarak, ÖA16'nın Öğrenci B'ye yanıtı aşağıda verilmektedir:

Öğrenci B'nin soruyu nasıl çözdüğünü anlayamadım.

Aynı şekilde, öğretmen adaylarının yanıtlarından alınan aşağıdaki alıntılar, Öğrenci B'nin çözümüne yetersiz kanıt düzeyinde dikkat etmenin örnekleridir:

Öğrenci, birinci, ikinci ve üçüncü adımlardaki toplam kibrit çöpü sayısını saymış ve 21 yerine 22 olarak bulmuş olabilir. Öğrenci, birbirini izleyen adımlar arasında kibrit çöpü sayısının 3 arttığını keşfettiği için 22'yi 3 ile çarpmış ve 66 bulmuştur. Daha sonra, öğrenci, üçüncü adımdaki kibrit çöpü sayısını, 10'u, 66'ya eklemiş ve 76 bulmuştur. Fakat öğrenci ilk üç adımdaki kibrit çöpü sayısını yanlış saymıştır, çözümü doğru değildir. (ÖA5).

Soruda birinci, ikinci ve üçüncü adımlar verilmiştir. Öğrenci ardışık adımlar arasındaki farkın 3 olduğunu belirlemiş ve örüntünün 3'er artacağı sonucuna varmıştır. Bu nedenle, öğrenci 22'yi (yirmi beşinci ve üçüncü adımlar arasındaki fark) 3 ile çarpması gerektiğini düşünmüştür. Fakat 10 sayısının nereden geldiğini ya da 10'u 66'ya neden eklediğini anlayamadım. Sanırım, öğrenci bu sayıları sadece 76'yı bulmak için topladı. Bu yüzden, öğrencinin çözümü yanlıştır. (ÖA14)

Öğrenci B, Öğrenci A ve Öğrenci C'ye kıyasla soruyu daha farklı çözmesine rağmen, önceki alıntılarda belirtildiği gibi yetersiz kanıt düzeyinde dikkat eden öğretmen adaylarının tamamı, Öğrenci B'nin çözümünün yanlış olduğunu belirtmiştir. Ayrıca, yanıtları yetersiz kanıt düzeyinde kodlanan üç öğretmen adayı, Öğrenci C'nin çözümünü için herhangi bir açıklama sunamamıştır.

## Öğrencilerin Cebirsel Düşüncelerini Yorumlama Becerisi

Öğretmen adaylarının sağlam, sınırlı ve yetersiz kanıt düzeyinde yorumlama yanıtlarının dört öğrencinin çözümleri arasındaki dağılımı aşağıdaki Tablo 3'te sunulmaktadır.

Tablo 3.

Yorumlama Becerisinin Her Bir Düzeyi İçin Öğretmen Adaylarının Yanıtlarının Frekans ve Yüzdesi

Öğrenciler Düzy	Öğrenci A	Öğrenci B	Öğrenci C	Öğrenci D	Toplam
Sağlam Kanıt	12 (%37,5)	5 (%15,62)	6 (%18,75)	10 (%31,25)	33 (%25,78)
Sınırlı Kanıt	17 (%53,13)	14 (%43,75)	18 (%56,25)	17 (%53,13)	66 (%51,56)
Yetersiz Kanıt	3 (%9,37)	13 (%40,62)	8 (%25)	5 (%15,62)	29 (%22,66)

N=32

\* Öğrenci A, Öğrenci B ve Öğrenci C'nin çözümleri doğrudur; Öğrenci D'nin çözümü yanlıştır.

Yukarıda Tablo 3'te gösterildiği gibi, öğretmen adaylarının %30'dan fazlası Öğrenci A ve Öğrenci D için sağlam kanıt düzeyinde yorumlamalar yapmıştır. Bu çalışmanın öğrencilerin cebirsel düşüncelerine dikkat etme becerisi bölümünde belirtildiği gibi Öğrenci A'nın çözümü doğruyken, Öğrenci D'nin çözümü doğru değildir. Öğretmen adaylarının Öğrenci A ve Öğrenci D'ye yönelik yanıtlarının yüzdeleri arasında küçük bir fark olsa da bu öğretmen adaylarının hem doğru hem de yanlış çözümleri sağlam kanıt düzeyinde yorumlayabildikleri söylenebilir. Öğrenci A'nın çözümünün sağlam kanıt düzeyinde yorumlandığını gösteren yanıtlardan birisi aşağıda sunulmaktadır:

Öğrenci, sorudaki örüntünün dörtten başlayarak üçer artan bir sayı örüntüsü şeklinde yazılabileceğini fark etmiştir. Fakat öğrenci, kibrit çöpü sayısını adım sayısı ile ilişkilendiren kuralı nasıl bulacağını bilmiyor olabilir. Biz öğrenciden örüntüyü açıklamasını istediğimizde, öğrenci büyük ihtimalle kibrit çöpü sayısının her adımda üçer arttığını açıklayabilecek ve yirmi beşinci adıma kadar üçer üçer sayacaktır. Öğrenci, doğru şekilde sayabilmesine rağmen, genelleme yapamamıştır. (ÖA4)

Sağlam kanıt düzeyinde yorumlama örneğinin bir diğeri Öğrenci D için ÖA19 tarafından sağlanmış olup aşağıdaki gibidir:

Diğer öğrencilerle karşılaştırıldığında öğrencinin çözümü ilginçtir. Öğrenci, üçüncü adımdaki kibrit çöpü sayısını birim olarak kabul etmiş ve yirmi beşinci adımdaki kibrit çöpü sayısını bulmak için bu birimin katlarını hesaplamıştır. Öğrenci çözümüne doğru bir akıl yürütme ile başlamış olmasına rağmen, adımlardaki kibrit çöplerinden bazılarının ortak olduğunu unutmuş ya da düşünmemiştir. Bu nedenle, birim, öğrencinin çözümünde 10, 8 ile çarpıldığında, bazı kibrit çöpleri birden fazla sayılmıştır. Eğer öğrenci ortak kibrit çöplerinin sayısını bulmuş olsaydı ve son adımında bu sayıyı çıkarmış olsaydı, o zaman çözümü doğru olurdu.

Tablo 3'te verildiği gibi öğretmen adaylarının %20'sinden azı Öğrenci B ve Öğrenci C için de sağlam kanıt düzeyinde yorumlamalar sunmuştur. Aşağıdaki alıntılar, sırasıyla Öğrenci B ve Öğrenci C için sağlam kanıt düzeyinde yorumlama örnekleridir:

Öğrenci, kibrit çöpü sayısının 4'ten başlayıp adım adım 3 ekleyerek arttığını fark etmiştir. Öğrenci ayrıca 3'ü 22 defa eklemesi gerektiğini de keşfetmiştir. Bu yüzden, üçer üçer eklemek yerine, öğrenci tekrarlı toplama yerine çarpma işleminin kullanıldığını bildiği için sorunun çarpma ile çözülebileceğini düşünmüştür. (ÖA11).

Öğrenci soruyu bir şekil örüntüsü sorusu olarak görmüş ve kibrit çöplerinin her adımda kareler oluşturduğunu fark etmiştir. Bu yüzden, örüntünün her bir adımını karelerden oluşuyormuş gibi kabul etmiştir. Bu kareleri kullanarak yirmi beşinci adımdaki toplam kibrit çöpü sayısını bulmuştur. Ayrıca, öğrenci yirmi beşinci adımda 24 tane kibrit çöpünün ortak olacağını da belirlemiştir. Yani, öğrenci ortak kibrit çöplerinin sayısını çıkarmayı unutmamıştır. (ÖA6)

Bu alıntılardan anlaşıldığı üzere, yanıtları sağlam kanıt düzeyinde kodlanan öğretmen adayları öğrencilerin çözümlerini öğrencilerin çözümlerinden spesifik kanıtlar sunarak anlamlandırabilmiştir.

Öğrenci A ve Öğrenci D'nin çözümleri için sağlam kanıt düzeyinde yorumlamalar gösteren yanıtların aksine, yetersiz kanıt düzeyinde kodlanan yanıtlar da bulunmaktadır. Spesifik olarak bu yanıtlar, Öğrenci A ve Öğrenci D'nin çözüm sürecinde nasıl düşündüğüne dair herhangi bir kanıt içermemiş ya da Öğrenci A ve Öğrenci D'nin çözümleri ile ilgisiz bağlantılar içermiştir. Sırasıyla Öğrenci A ve Öğrenci D için yetersiz kanıt düzeyinde yorumlama gösteren yanıt örneklerinden ikisi aşağıda verilmiştir:

Öğrencinin yirmi beşinci adımdaki kibrit çöpü sayısını doğru bulabilmesi için yazması gerekirdi. (ÖA9)

Öğrenci soruyu doğru bir şekilde çözememiştir. (ÖA30)

Ayrıca Öğrenci B ve Öğrenci C'nin çözümleri için yetersiz kanıt düzeyinde yorumlama gösteren yanıtların sayısı ve yüzdesi, Öğrenci A ve Öğrenci D'nin çözümleri için olanlardan daha fazladır. Spesifik olarak, Öğrenci B için yetersiz kanıt düzeyinde yorumlamalara sahip öğretmen adaylarının yüzdesi %40,62'yken, Öğrenci C için bu yüzde %25'tir. Bu öğretmen adayları Öğrenci B ve Öğrenci C'nin çözümlerine yansıyan düşünmelerini anlamamış ya da anlayamamıştır. Ayrıca, bazı öğretmen adaylarının yorumlamaları bu öğrencilerin çözümleri ile ilgili değildir. Bu öğretmen adaylarının Öğrenci B'nin çözümünü nasıl yorumladığına dair spesifik bir örnek için ÖA13 aşağıdakini ifade etmiştir:

Öğrenci 22'yi 3 ile çarpmış ve cevap olarak 76'yı bulmak için sonuca 10 eklemiştir. Yirmi beşinci adımdaki toplam kibrit çöpü sayısı 76 doğru; fakat öğrenci bu sayıyı yanlışlıkla bulmuştur. Demek istediğim, çözümün altında yatan bir mantık yok. Bunun yerine, öğrenci soruyu bir kural bularak çözemese, her bir adımdaki toplam kibrit çöpü sayısını Öğrenci A'ya benzer şekilde yazabilirdi.

Aşağıdaki alıntı, Öğrenci C'nin çözümünün eksik kanıt düzeyinde yorumlandığını gösteren yanıtların bir örneğidir:

Öğrenci, örüntüye diğer öğrencilerden farklı bir şekilde bakmak istediği için, öğrencinin çözümü ilk başta beni şaşırttı; fakat öğrenci başarılı olamadı. Öğrenci 25'i 4 ile çarpma sonucunda 100 bulduktan sonra, sonucu doğru bulabilmek için öğrencinin ilk üç adımdaki 21 kibrit çöpünü 100'den çıkarmış olması gerekirdi. (ÖA10)

Yukarıdaki alıntılardan açıkça görüldüğü gibi, sınıf öğretmeni adaylarının öğrencilerin çözümlerine dair çok az ya da hiç kanıt sunmaması ya da öğrencilerin çözümleriyle

yetersiz ilişkilendirmeler yapmaları nedeniyle, yanıtları yetersiz kanıt düzeyinde yorumlama olarak kodlanmıştır.

## Öğrencilerin Cebirsel Düşüncelerine Nasıl Yanıt Verileceğine Karar Verme Becerisi

Tablo 4, öğretmen adaylarının sağlam, sınırlı ve yetersiz kanıt düzeyinde nasıl yanıt verileceğine karar verme yanıtlarının dört öğrencinin çözümleri arasındaki dağılımını göstermektedir.

**Tablo 4.**

*Nasıl Yanıt Verileceğine Karar Verme Becerisinin Her Bir Düzeyi İçin Öğretmen Adaylarının Yanıtlarının Frekans ve Yüzdesi*

Öğrenciler	Öğrenci A	Öğrenci B	Öğrenci C	Öğrenci D	Toplam
<b>Düzye</b>					
Sağlam Kanıt	12 (%37,5)	4 (%12,5)	3 (%9,37)	16 (%50)	35 (%27,34)
Sınırlı Kanıt	13 (%40,62)	9 (%28,13)	8 (%25)	10 (%31,25)	40 (%31,25)
Yetersiz Kanıt	7 (%21,88)	19 (%59,37)	21 (%65,63)	6 (%18,75)	53 (%41,41)

N=32

\* Öğrenci A, Öğrenci B ve Öğrenci C'nin çözümleri doğrudur; Öğrenci D'nin çözümü yanlıştır

Tablo 4'te gösterildiği gibi, öğretmen adaylarının tamamı her bir öğrenciye yanıt vermiştir; ancak bunu farklı düzeylerde yapmıştır. Spesifik olarak, sağlam kanıt düzeyinde yanıt veren öğretmen adaylarının yüzdesi Öğrenci A ve Öğrenci D için Öğrenci B ve Öğrenci C'ye göre daha yüksektir. Daha spesifik olarak, dört öğrenci arasından, sağlam kanıt düzeyindeki yanıtların yüzdesi Öğrenci D için en yüksektir. Bu bulgu, öğretmen adaylarının yanlış çözüm yapan bir öğrenciye, doğru çözümler sergileyen öğrencilere kıyasla daha fazla sağlam kanıt düzeyinde yanıt vermeye karar verdikleri anlamına gelmektedir. Öğrenci D için sağlam kanıt düzeyindeki yanıtların ayrıntılarını daha iyi örneklendirmek için, bu yanıtların bir örneği aşağıda verilmektedir:

Öğrenci, karelerin bitişik kenarlarının ortak olduğunu fark etmekte güçlük çekmektedir. Bu yüzden, bu açıklamayı doğrudan yapmak yerine, öğrenciye "Üçüncü adımdaki kibrit çöpü sayısını sayarak bulabilir misin?" "Senin kuralını kullanarak üçüncü adımda kaç kibrit çöpü var?" "Senin kuralın ile dördüncü adımda kaç kibrit çöpü olacak?" "Dördüncü adımdaki şekli çizebilir ve cevabının doğru olup olmadığını kontrol edebilir misin?" "Sayarak ve kuralın ile bulduğun sonuçları karşılaştırabilir misin?" "Bu farkın sebebi ne olabilir?" sorularını sorardım. Bu sorular yardımıyla öğrencinin çözümünün neden doğru olmadığını fark etmesine yardımcı olabiliyim. Ayrıca, öğrencinin soruyu nasıl çözdüğünü ya da çözerken ne düşündüğünü anlayabiliyim. Onun cevaplarına göre, yirmi beşinci adımdaki kibrit çöpü sayısını bulmanın başka yollarını keşfetmesi için başka sorular sorardım. (ÖA15)

Sağlam kanıt düzeyindeki yanıtların bir diğeri ÖA8 tarafından Öğrenci A için verilmiştir. Öğrenci A'nın bilmediği noktaları fark etmesine yardımcı olmak için nasıl yanıt vereceğine cevaben ÖA8 aşağıdakileri yazmıştır:

Ona "sen yirmi beşinci adımdaki kibrit çöpü sayısını üçleri ekleyerek, 4, 7, 10, ... şeklinde buldun. Cevabın doğru" derdim. Daha sonra, "Yüzüncü adımda kaç tane kibrit çöpü olacak?" ya da "Bininci adımdaki kibrit çöpü sayısını sayarak bulabilir misin?" sorularını sorardım. Çözümünde yaptığı gibi sayarsa, bunun bir zaman kaybı olacağını hissetmesine yardımcı olmaya çalışırım. Herhangi bir adımdaki kibrit çöpü sayısını kolayca bulabilmesi için öğrenciye adım sayısı ile o adımdaki kibrit çöpü sayısı arasında bir ilişki bulmaya çalışmasını söyledim. Öğrencinin düzeyini bilmiyorum; fakat örüntü sorularını çözmek için t-tablosunu nasıl kullanabileceğini öğrenciye göstermeye çalışabilirim.

Öğretmen adaylarının %12,5'i Öğrenci B'ye sağlam kanıt düzeyinde yanıt verirken, %9,37'si Öğrenci C'ye sağlam kanıt düzeyinde yanıt vermiştir. Öğrenci B için sunulan dört yanıttan birisi aşağıda verilmektedir:

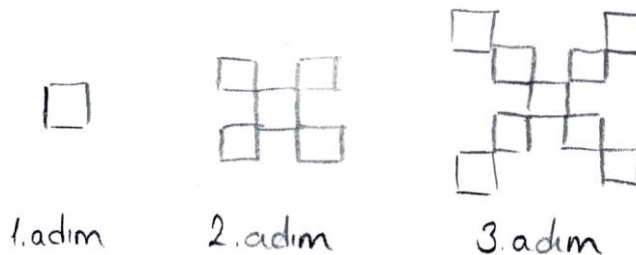
Öğrenciye neden özellikle üçüncü adımı dikkate aldığını sorardım. Eğer öğrencinin çözümünü doğru anladıysam, öğrenci yirmi beşinci adıma kadar yirmi iki adım olduğu için, yirmi beşinci adımdaki kibrit çöpü sayısını bulmak için, yirmi ikiyi üç ile çarpması ve üçüncü adımdaki kibrit çöpü sayısını ilave etmesi gerektiğini düşündü. Öğrenciye ikinci adımı dikkate alıp alamayacağını ve aynı sonucu bulup bulamayacağını sorardım. Eğer anladığım doğruysa, öğrenci ikinci ve yirmi beşinci adımlar arasında yirmi üç adım olduğunu söyleyecektir. Daha sonra, yirmi üçü üç ile çarpıp 69'u bulacak ve son olarak ikinci adımdaki kibrit çöpü sayısını, 7'yi, 69'a ekleyecek ve yirmi beşinci adımdaki kibrit çöpü sayısını 76 bulacak. Bu çözüm sayesinde, öğrenci soruda verilen son adımı dikkate almak zorunda olmadığını fark edecek. Demek istediğim "Bu öğrenci, Öğrenci A gibi sayı örüntüsü şeklinde yazdı mı?" "Her adımdaki şekillerin parçalarına odaklandı mı?" Eğer parçalara odaklandıysa, soruyu farklı yollarla çözebilmesi için öğrencinin diğer parçaları da dikkat almasına yönlendirecek sorular sorardım. (ÖA19)

Aşağıda Öğrenci C için ÖA13'ün yanıtından alınan ve sağlam kanıt düzeyinde olan bir başka yanıt örneği bulunmaktadır:

Öğrenciye "Sen, her adımın karelerden oluştuğunu ve her adımdaki kare sayısının adım sayısı ile aynı olduğunu gördün. Bu yüzden, 25'i 4 ile çarptın ve 100 buldun. 100'den 24'ü neden çıkardığını açıklayabilir misin?" derdim. Aslında, öğrencinin 24 kibrit çöpünü iki kez saydığı için çıkardığını tahmin ediyorum; fakat öğrencinin sebebini duymak istiyorum. Eğer öğrenci ortak kibrit çöplerini çıkardığını belirtirse, öğrenciye "Ortak kibrit çöplerinin olmadığı ya da ortak kibrit çöplerini çıkarmasının gerekmeyeceği bir örüntüdeki şekiller nasıl olurdu?" sorusunu sorabilirim. Öğrencinin böyle bir örüntü çizip çizemeyeceğini gerçekten merak ediyorum. Fakat öğrenci çizemezse, ben aşağıdaki şekli çizdim ve sorudaki ve aşağıdaki örüntü arasındaki farkı görmesine yardımcı olurum.

## Şekil 2.

### ÖA13 Tarafından Sorulan Şekil Örüntüsü



Yukarıdaki alıntılarda belirtildiği gibi sağlam kanıt düzeyinde yanıt veren öğretmen adayları öncelikle öğrencilerin çözümlerinden kanıtlar sunarak çözümlerine ya da anlayışlarına atıfta bulunmuştur. Sonrasında, öğretmen adayları öğrencilerin anlayışlarını geliştirmek ya da aynı soruyu çözmek için diğer stratejileri kullanmalarına yardımcı olmak için sorular sormuştur.

Yanıtları sağlam düzeyde olan öğretmen adaylarının aksine, öğrencilere yetersiz kanıt düzeyinde yanıt veren öğretmen adayları da bulunmaktadır. Tablo 4'te gösterildiği gibi, Öğrenci A ve Öğrenci D için verilen yanıtların yaklaşık %20'si yetersiz kanıt düzeyindedir. Spesifik olarak, Öğrenci D için verilen yanıtlar, öğretmen adaylarının Öğrenci D'nin çözümünün doğru olmadığını bilmelerine rağmen, hatanın nerede olduğunu bilmediklerini açıklamaları nedeniyle benzerdir. Bu yanıtlardan birisi şu şekildedir:

Öğrencinin hangi adımda hata yaptığını bulamadım. Bu yüzden, öğrenciden adımlarını kontrol etmesini isteyebilirim. (ÖA2)

Yetersiz kanıt düzeyindeki yanıtların yüzdesi Öğrenci B ve Öğrenci C için daha yüksek olup, bu yüzdeler sırasıyla %59,37 ve %65,63'tür. Bu yüzdelerin yüksek olmasının sebebi ise öğretmen adaylarının çözümleri doğru olan öğrencileri sadece takdir etmesidir. Aşağıdakiler, sırasıyla Öğrenci A, Öğrenci B ve Öğrenci C için sunulan üç örnek yanıtır:

Aferin. (ÖA1)

Çözümün doğru. (ÖA17)

Sonucu doğru buldun. Tebrik ederim. (ÖA22)

Bu alıntılardan da anlaşılacağı üzere, yanıtları yetersiz kanıt düzeyinde olan öğretmen adayları öğrencilerin cebirsel düşünmesini dikkate almamış ve dolayısıyla öğrencilerin akıl yürütmelerindeki farklılıklara rağmen bu öğrencilere farklı yanıtlar sunmamıştır.

## Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışma, sınıf öğretmeni adaylarının öğrencilerin yazılı çözümlerindeki cebirsel düşüncelerini fark etme becerilerini incelemiştir. Çalışmanın amaçları doğrultusunda, fark etme becerisi Jacobs ve arkadaşları (2010) tarafından açıklanan (1) dikkat etme, (2) yorumlama ve (3) nasıl yanıt verileceğine karar verme becerilerini içermiştir. Bu becerilere ayrı ayrı odaklanması, yazarın sınıf öğretmeni adaylarının hangi beceri ya da becerilerde sağlam kanıt düzeyinde yanıtlar verebildiklerini ya da veremediklerini belirlemesini sağlamıştır.

Fark etme becerisinin ilk becerisine ilişkin olarak bulgular, sınırlı kanıt düzeyinde dikkat eden öğretmen adaylarının yarıdan fazlasının bütün öğrencilerin çözümleri hakkında doğru yargılarda bulunduğunu göstermiştir. Bu bulgu, öğretmen ve öğretmen adaylarının öğrencilerin çözümlerine dikkat etmede iyi olduklarını açıklayan diğer araştırmacıların bulgularına benzerdir (Callejo ve Zapatera, 2017; LaRochelle ve ark., 2019; Sánchez-Matamoros ve ark., 2019). Fakat öğretmen adaylarının yaklaşık %20'si



öğrencilerin çözümlerine sağlam kanıt düzeyinde dikkat edebilmiştir. Diğer bir deyişle, sadece bu öğretmen adayları gerekçelerini doğrulamış ve gerekçelerini öğrencilerin çözümlerinden kanıtlar ile desteklemiştir. Bu çalışmadaki öğretmen adaylarının çoğu diğer çalışmalara benzer şekilde öğrencilerin çözümlerinden kanıtlar sunmakta zorlanmıştır (Goldsmith ve Seago, 2011; Jacobs ve ark., 2010). Bu zorluğun sebebi öğretmen adaylarının öğrencilerin çözümlerinde matematiksel olarak neyin önemli olduğunu bilmemesinden kaynaklanabilir (Schoenfeld, 2011; Sherin, 2007). Benzer şekilde, Star ve Strickland (2008) öğretmenlerin matematiksel bilgi eksikliğinden dolayı öğrencilerin çözümlerine dikkat edemeyebileceklerini vurgulamaktadır. Bu nedenle, sınırlı kanıt düzeyinde dikkat eden öğretmen adaylarının matematik bilgilerinde fark etme becerilerini etkileyen bazı sınırlılıklara sahip olduğu sonucuna ulaşılabilir.

Ayrıca, sağlam kanıt düzeyinde yanıt veren öğretmen adaylarının yüzdesi bütün öğrenciler için neredeyse eşittir, bu da öğrencilerin çözümlerinin doğruluğundan bağımsız öğretmen adaylarının dikkat edebildikleri anlamına gelmektedir. Buna karşılık, çözümleri doğru olan öğrenciler için yetersiz kanıt düzeyinde dikkat eden öğretmen adaylarının yüzdesi arasında fark bulunmaktadır. Yetersiz kanıt düzeyinde dikkat edildiğini gösteren yanıtlar aslında üç doğru çözümden ikisi olan Öğrenci B ve Öğrenci C için sunulmuştur. Bu bulgu, öğretmen adaylarının öğrencilerin çözümlerine doğruluğundan bağımsız olarak dikkat etmelerine rağmen tamamen şaşırtıcı değildir (Jacobs ve ark., 2010). Daha spesifik olmak gerekirse Mouhayar (2019) öğretmenlerin dikkat etme düzeylerinin öğrencilerin stratejilerine ve çözümlerine göre farklılık gösterdiğini açıklamaktadır. Ayrıca, bu stratejilere ya da çözümlere aşına olmak öğretmenlerin dikkat etme düzeylerini etkilemektedir (Goldsmith ve Seago, 2011). Bu açıklamalar dikkate alındığında, yetersiz kanıt düzeyinde dikkat eden öğretmen adaylarının Öğrenci B ve Öğrenci C tarafından sunulan çözümlere aşına olmadıkları söylenebilir.

Benzer şekilde, yetersiz kanıt düzeyindeki yorumlama yanıtlarının çoğu aynı iki öğrenci için sunulmuştur. Ayrıca, bu yanıtların yüzdesi, yetersiz kanıt düzeyinde dikkat edildiğini gösteren yanıtların yüzdesinden daha yüksektir. Önceki çalışmalarla tutarlı olarak (Barnhart ve van Es, 2015; Goldsmith ve Seago, 2011; Sánchez-Matamoros ve ark., 2019) bu bulgu, bazı öğretmen adaylarının Öğrenci B ve Öğrenci C'nin çözümlerinin doğruluğunu belirlemesine rağmen, çözümlerini doğru şekilde yorumlayamadıkları ya da çözümleriyle ilgisiz yorumlamalar yaptıkları anlamına gelmektedir. Barnhart ve van Es (2015) öğretmenlik deneyimi yetersiz olan öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşüncelerini yorumlamada güçlükler yaşadığını açıklamaktadır. Ayrıca, bu tür yorumlamalar deneyimli öğretmenler için bile zor olabilmektedir (Little ve Curry, 2008). Bu çalışmadaki öğretmen adaylarının gerçek sınıf ortamında deneyimlerinin olmadığı dikkate alındığında, yetersiz kanıt düzeyindeki yorumlama yanıtlarının sayısındaki artışın şaşırtıcı olmadığı sonucuna ulaşılabilir.

Çarpıcı şekilde bu bulgunun aksine, Öğrenci A ve Öğrenci D'nin çözümlerine sağlam kanıt düzeyinde dikkat etmemelerine rağmen, sağlam kanıt düzeyinde yorumlamalar sunan öğretmen adayları bulunmaktadır. Daha spesifik olarak, bu öğretmen adayları öğrencilerin çözümlerindeki matematiksel ayrıntıları yorumlayabilmiş ve Öğrenci A'nın

ne bildiğini ya da Öğrenci D'nin ne bilmediğini fark edebilmiştir. Dikkat etme becerisi, yorumlama becerisinin temeli olarak kabul edilmesine rağmen, Barnhart ve van Es (2015) sağlam kanıt düzeyinde dikkat etmenin sağlam kanıt düzeyinde yorumlamayı garanti etmediğini belirtmektedir. Bu çalışmanın bulguları dikkate alındığında, yetersiz kanıt düzeyinde dikkat etmenin, sağlam kanıt düzeyinde yorumlamayı engellemediği söylenebilir. Bu farklılığın nedeni, "Öğrencinin çözümünü dikkate alarak, her bir öğrencinin soruyu nasıl çözdüğünü açıklayın." ve "Öğrencinin çözümünü dikkate alarak her bir öğrencinin cebirsel düşünme hakkında ne bildiğini ve bilmediğini açıklayın." şeklindeki sorular yardımıyla öğretmen adaylarını öğrencilerin çözümlerini yorumlamaları noktasında teşvik etmekten kaynaklanabilir. Yani, bu sorular sorulduğunda öğretmen adayları Öğrenci A ve Öğrenci D'nin çözüm sürecinde ne düşündüğünü ya da onların çözümlerinin altında yatan mantığın ne olabileceğini dikkate almış olabilir. Dolayısıyla bu bulgu öğretmenlerin yorumlamalarının düzeyinin dikkat etme düzeylerinden daha yüksek olabileceğini göstererek ilgili literatürü genişletmektedir.

Nasıl yanıt verileceğine karar verme becerisi dikkate alındığında, öğrencilere sağlam kanıt düzeyinde yanıt veren öğretmen adaylarının yüzdeleri arasında farklılıklar bulunmaktadır. Spesifik olarak, öğretmen adaylarının yanıtlarının yüzdesi çözümü doğru olmayan Öğrenci D için en yüksektir. Araştırmacılar, öğretmenlerin yanlış çözüm sergileyen öğrencilere etkili yanıt vermekte zorlandıklarını vurgulamaktadır (Son ve Crespo, 2009). Çocuğun düşünme yolunu anlamayı gerektirdiği için sağlam kanıt düzeyinde yanıt verme öğretmenler için zor olmasına rağmen (Ginsburg, 1997), öğretmenler bu süreci çocuğun stratejisini ya da düşüncesini açıklamasına yardımcı olmak için sorular sorarak başarabilir. Bu sorular yardımıyla çocuğun hatalarını keşfedebilir ve böylece çocuğun anlayışını genişletebilir (Jacobs ve Ambrose, 2008). Önceki çalışmada olduğu gibi, sağlam kanıt düzeyinde yanıt veren öğretmen adayları Öğrenci D'nin çözümünün neden yanlış olduğunu belirledikten sonra, öğrencinin anlayışını geliştirmeye çalışmıştır. Wager (2014) öğrencilere stratejilerini açıklama fırsatı sunmamanın ya da sadece yanlış cevap şeklinde yanıtlamanın öğrencilerin kapanmasına neden olabileceğini vurgulamaktadır. Bu çalışmadaki öğretmen adayları Öğrenci D'ye doğru cevabı kendileri vermediği için, öğretmen adaylarının yanıtlarının Öğrenci D'nin kapanmasına neden olmayacağı sonucuna ulaşabilir.

Öğrencilerin anlayışını genişleten yanıtların aksine, doğru çözümü gerçekleştiren öğrenciler için sunulan yanıtların çoğu yetersiz kanıt düzeyindedir. Öğrencilerin çözümlerindeki farklılıklara rağmen, bu yanıtlar farklılaşmamıştır. Özellikle, yetersiz kanıt düzeyinde yanıt veren öğretmen adayları doğru çözümlerinden dolayı öğrencileri sadece takdir etmiştir. Bu bulgu, doğru cevap için bir öğrenciyi takdir etmenin ya da övmenin yeterli kabul edildiğini açıklayan Crespo'nun (2002) bulgusuna benzerdir. Aynı şekilde, Milewski ve Strickland (2016) öğretmenlerin bu öğrencilere övme ya da onaylama şeklinde refleksif yanıtlar verdiklerini belirtmektedir. Ancak, NCTM (2000) öğretmenlerin "doğru ya da yanlış" şeklindeki yanıtlardan daha fazlasını sunmaları gerektiğini vurgulamaktadır (s. 24). Jacobs ve Ambrose (2008) neden fazlasını sunmalarını gerektiğinin cevabını ise "bir doğru cevap verildikten sonra öğrencinin ilk stratejisini ifade etmesi ve stratejisi üzerine düşünmesi istendiğinde, önemli öğrenme

gerçekleşebilir” şeklinde açıklamaktadır (s. 266). Bu vurgu ve açıklamayla ilgili olarak, öğrencinin çözümünü takdir etmenin kesinlikle önemli olduğu; fakat bu takdirin sadece bu öğrencinin değil diğer öğrencilerin de anlayışını geliştirmek için spesifik ve farklı sorularla takip etmesi gerektiği sonucuna ulaşılabilir.

Kısacası, fark etme becerileri için sunulan sağlam kanıt düzeyinde yanıt verme yüzdeleri karşılaştırıldığında, bu yüzdelerin nasıl yanıt verileceğine karar verme becerisi için en yüksek olduğu bulunmuştur. Nasıl yanıt verileceğine karar verme becerisinin ardından, yorumlama becerisi daha yüksek olup, dikkat etme becerisi ise en düşük yüzdeye sahiptir. Bu yüzdelerin dağılımı, öğretmen adaylarının dikkat etme ve yorumlama becerileri için sağlam kanıt düzeylerinde yanıtlar verememelerine rağmen, nasıl yanıt verileceğine karar verme becerisi için sağlam kanıt düzeyinde yanıtlar sunabildiklerini göstermektedir. Dikkat etme becerisinin diğer iki beceri için temel beceri olduğunu vurgulayan araştırmacılara rağmen (Jacobs ve ark., 2010; Jacobs ve ark., 2011; LaRochelle ve ark., 2019; Mouhayar, 2019), bu çalışma öğretmen adaylarının yorumlama ve nasıl yanıt verileceğine karar verme becerilerinin dikkat etme becerilerinden etkilenmediğini göstermiştir. Bulguların bu çalışmanın bulgularına benzer olup olmayacağını görmek için benzer bir çalışma gerçekleştirilebilir. Eğer benzer olmazsa, bu farklılıkların sebebi ayrıntılı bir şekilde araştırılabilir.

## Kaynakça

- Barnhart, T. ve van Es, E. (2015). Studying teacher noticing: Examining the relationship among pre-service science teachers' ability to attend, analyze and respond to student thinking. *Teaching and Teacher Education*, 45, 83-93.
- Blanton, M. L. ve Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for research in mathematics education*, 36(5), 412-446.
- Brizuela, B. ve Schliemann, A. (2004). Ten-year-old students solving linear equations. *For the Learning of Mathematics*, 24(2), 33-40.
- Callejo, M. L. ve Zapatera, A. (2017). Prospective primary teachers' noticing of students' understanding of pattern generalization. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(4), 309-333.
- Chazan, D. (2000). *Beyond formulas in mathematics and teaching: Dynamics of the high school algebra classroom*. Teachers College Press.
- Crespo, S. (2002). Praising and correcting: Prospective teachers investigate their teacherly talk. *Teaching and Teacher Education*, 18(6), 739-758.
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (2nd Ed.). Sage Publications, Inc.
- Erickson, F. (2011). On noticing teacher noticing. In M. Sherin, V. Jacobs ve R. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 17-34). Routledge.
- Fernández, C., Llinares, S. ve Valls, J. (2013). Primary school teacher's noticing of students' mathematical thinking in problem solving. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1), 441-468.
- Ginsburg, H. (1997). *Entering the child's mind: The clinical interview in psychological research and practice*. Cambridge University Press.
- Goldsmith, L. T. ve Seago, N. (2011). Using classroom artifacts to focus teachers' noticing affordances and opportunities. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs ve R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers eyes* (pp. 169-187). Routledge.
- Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S. ve Choy, B. H. (2018). Enhancing noticing: Using a hypothetical learning trajectory to improve pre-service primary teachers' professional discourse. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(11), em1599.
- Jacobs, V. R. ve Ambrose, R. C. (2008). Making the most of story problems. *Teaching children mathematics*, 15(5), 260-266.
- Jacobs, V. R., Lamb, L. L. ve Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for research in mathematics education*, 41(2), 169-202.
- Jacobs, V. R., Lamb, L. L., Philipp, R. A. ve Schappelle, B. P. (2011). Deciding how to respond on the basis of children's understandings. In M. Sherin, V. Jacobs ve R. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 97-116). Routledge.
- Kaput, J. (1999). Teaching and learning a new algebra. In E. Fennema & T. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp.133-155). Erlbaum.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). Macmillan.
- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? *The Mathematics Educator*, 8(1), 139-151.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.
- LaRochelle, R., Nickerson, S. D., Lamb, L. C., Hawthorne, C., Philipp, R. A. ve Ross, D. L. (2019). Secondary practising teachers' professional noticing of students' thinking about pattern generalisation. *Mathematics Teacher Education and Development*, 21(1), 4-27.
- Little, J. W. ve Curry, M. W. (2008). Structuring talk about teaching and learning: The use of evidence in protocol-based conversation. In L. M. Earl ve H. Timperley (Eds.), *Professional learning conversations: Challenges in using evidence for improvement* (pp. 29-42). Springer.
- Magiera, M. T., Van den Kieboom, L. A. ve Moyer, J. C. (2013). An exploratory study of pre-service middle school teachers' knowledge of algebraic thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 84(1), 93-113.

- Mason, J. (2008). Making use of children's powers to produce algebraic thinking. In J. Kaput, D. Carragher ve M. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 57–94). Erlbaum.
- Mason, J. (2011). Noticing: Roots and branches. In M. Sherin, V. Jacobs ve R. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 35-50). Routledge.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation*. Jossey-Bass.
- Milewski, A. ve Strickland, S. (2016). (Toward) developing a common language for describing instructional practices of responding: *A teacher-generated framework*. *Mathematics Teacher Educator*, 4(2), 126-144.
- Miller, K. F. (2011). Situation awareness in teaching: What educators can learn from video-based research in other fields. In Sherin, M. G., Jacobs, V. R. ve Philipp, R. A. (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (p. 51 - 65). Routledge.
- Ministry of National Education (MoNE). (2018). *Mathematics program [Elementary and Middle School 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, and 8 grades]*. MoNE.
- Mouhayar, R. (2019). Exploring teachers' attention to students' responses in pattern generalization tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22(6), 575-605.
- Mouhayar, R. R. ve Jurdak, M. E. (2013). Teachers' ability to identify and explain students' actions in near and far figural pattern generalization tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 82(3), 379-396.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Learning mathematics for a new century (2000 Yearbook)*. NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. NCTM.
- Radford, L. ve Sabena, C. (2015). The question of method in a Vygotskian semiotic approach. In A. Bikner-Ahsbabs, C. Knipping ve N. Presmeg (Eds.), *Approaches to qualitative research in mathematics education* (pp. 157–182). Springer.
- Rivera, F. ve Becker, J. R. (2003). The effects of figural and numerical cues on the induction processes of preservice elementary teachers. In N. Pateman, B. Dougherty ve J. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting PME and PMENA* (Vol. 4, pp. 63–70). University of Hawaii.
- Sánchez-Matamoros, G., Fernández, C. ve Llinares, S. (2019). Relationships among prospective secondary mathematics teachers' skills of attending, interpreting and responding to students' understanding. *Educational Studies in Mathematics*, 100(1), 83-99.
- Santagata, R., Zannoni, C. ve Stigler, J. W. (2007). The role of lesson analysis in pre-service teacher education: An empirical investigation of teacher learning from a virtual video-based field experience. *Journal of mathematics teacher education*, 10(2), 123-140.
- Schoenfeld, A. H. (2011). Noticing matters. A lot. Now what? In M. Sherin, V. Jacobs ve R. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 253-268). Routledge.
- Sherin, M. G. (2007). The development of teachers' professional vision in video clubs. In R. Goldman, R. Pea, B. Barron ve S. J. Dery (Eds.), *Video research in the learning sciences* (pp. 383-395). Erlbaum.
- Sherin, M. G., Jacobs, V. R. ve Philipp, R. A. (Eds.). (2011). *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*. Routledge.
- Sherin, B. ve Star, J. R. (2011). Reflections on the study of teacher noticing. In M. Sherin, V. Jacobs ve R. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 66-78). New York, NY: Routledge.
- Simpson, A. ve Haltiwanger, L. (2017). "This is the First Time I've Done This": Exploring secondary prospective mathematics teachers' noticing of students' mathematical thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(4), 335–355.
- Son, J. W. ve Crespo, S. (2009). Prospective teachers' reasoning and response to a student's non-traditional strategy when dividing fractions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12(4), 235-261.
- Star, J. R. ve Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: Using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of mathematics teacher education*, 11(2), 107-125.
- Stevens, R. ve Hall, R. (1998). Disciplined perception: Learning to see in technoscience. In M. Lampert ve M. L. Blunk (Eds.), *Talking mathematics in school: Studies of teaching and learning* (pp. 107-149). Cambridge University Press.

- Stockero, S. L. (2014). Transitions in prospective mathematics teachers' noticing. In J. Lo, K. R. Leatham ve L. R. Van Zoest (Eds.), *Research trends in mathematics teacher education* (pp. 239–259). Springer.
- Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variable. In A. F. Coxford ve A. P. Shulte (Eds.), *The ideas of algebra, K-12: 1988 Yearbook* (pp. 8-19). NCTM.
- van Es, E. A. ve Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(4), 571-596.
- Wager, A. A. (2014). Noticing children's participation: Insights into teacher positionality toward equitable mathematics pedagogy. *Journal for Research in Mathematics Education*, 45(3), 312-350.
- Wilson, P. H., Mojica, G. F. ve Confrey, J. (2013). Learning trajectories in teacher education: Supporting teachers' understandings of students' mathematical thinking. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(2), 103-121.
- Yin, R. K. (2009). *Case study research: Design and methods* (4th Ed.). Sage Publications, Inc.

#### Yazarlar

Sümevra DOĞAN COŞKUN

Öğretimsel Matematik Bilgisi, Fark Etme,  
Öğretmen Eğitimi

#### İletişim

Dr. Öğr. Üyesi Sümevra DOĞAN COŞKUN

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim  
Fakültesi, Temel Eğitim Bölümü 26040  
Odunpazarı / ESKİŞEHİR

E-posta: [s-dogan@ogu.edu.tr](mailto:s-dogan@ogu.edu.tr)